Méréstechnika házi feladat 5. Megoldás

2015. tavasz

1. Az átalakítási hibából számítható a dual-slope AD-átalakító pontossága, bitekben kifejezve. Ehhez a mért feszültség kifejezéséből lehet kiindulni:

$$U_x = \frac{T_x}{T} U_r \tag{1}$$

Minthogy U_r hibája zérus, csak az időmérés hibájával kell foglalkozni. Mivel az idők aránya vesz részt a mérési eredmény kifejezésében, az időmérés rendszeres hibája kiesik. A véletlen hibákból származik az időmérés, és ezen keresztül az átalakítás hibája:

$$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta T_x}{T_x} + \frac{1}{N} \cong 2h_v \tag{2}$$

A véletlen hiba független az integrálási idő és a visszaintegrálás idejének mérésekor, ezért adódnak össze a komponensek. Az $1/N$-es tag az időmérés kvantálási hibája, amely csak T_x mérésekor okoz gondot, hiszen a feladat szövege szerint az integrálási idő az órajel periódusidejének egész számú többszöröse. Ezt a hibatagot elhanyagoljuk, mert egyrészt az órajel frekvenciája nem volt megadva, másrészt elég nagy órajel-frekvencia esetén elhanyagolhatóvá válik. Az átalakítási hiba ekkor független attól, mekkora feszültséget alakítunk át. Ha a kvantálási hibát is figyelembe vennénk, az AD-átalakító pontosságának vizsgálatához az $U_x = U_r$, tehát $T_x = T$ feltételből kellett volna kiindulni. (Lásd pl. Méréstechnika példatár 8.21. példa.)

A hibát most bitekben kifejezve:

$$b_1 = \left[\log_2\left(\frac{1}{2h_v}\right)\right] = 16 \tag{3}$$

ahol [.] egészrészképzést jelent. (2 pont)

Az integrálási időt a zavarjel elnyomása érdekében

$$T = 20 \text{ ms} \tag{4}$$

értékűre kell választani. (Ennek egészszámszorosa is jó választás.) Az integrálási idő helyes megválasztásával a zavarjel hatása zérus, de csak akkor, ha az órajel frekvenciája megegyezik a névlegessel, és a zavarjel frekvenciája is az eredetileg feltételezett. Ha ez nem teljesül, a sinc-es görbének nem lesz zérusa a zavarjel frekvenciáján. A relatív hiba kiszámításához a sinc-függvényt kell kiértékelni a megfelelő helyen:

$$h = \frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{U_z}{U_x}|H(f)| = \frac{U_z}{U_x}\left|\frac{\sin \pi f' T'}{\pi f' T'}\right| \tag{5}$$

T relatív megváltozása egyenlő az órajel relatív megváltozásával, hiszen előbbi az órajel periódusidejének egész számú többszöröse. f relatív megváltozása pedig a megadott eltérés alapján számítható:

$$h_f = \frac{\Delta f}{f} = 0.002 \tag{6}$$

A függvénybe akár kisebb, akár nagyobb értéket is helyettesíthetünk, a hiba kis értéke miatt ennek nincs jelentősége:

$$h = \frac{U_z}{U_x}\left|\frac{\sin[\pi f T(1+h_f+h_r+h_v)]}{\pi f T(1+h_f+h_r+h_v)}\right| \cong \frac{U_z}{U_x}\left|\frac{\sin[\pi f T(1+h_f+h_r+h_v)]}{\pi f T}\right| \cong \frac{U_z}{U_x}(h_f+h_r+h_v) = 5.43\cdot 10^{-5} \tag{7}$$

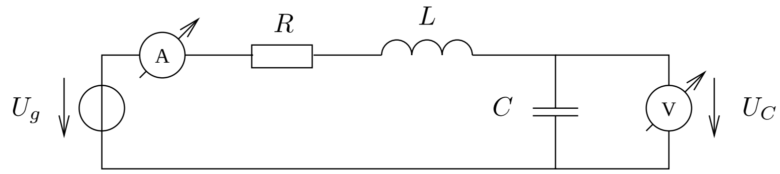
Itt már figyelembe kell venni az órajel rendszeres hibáját is. A nevező kicsiny változását szokás szerint elhanyagolhatjuk, hiszen a számlálóéval szemben az nem zérus körüli változás. A második közelítés azért tehető meg, mert a sinc-függvény meredeksége egységnyi a nullahely közelében. (Ha az integrálási idő a zavarjel periódusidejének k-szorosa, a hiba a k-adrészére csökken.)

A hibát ismét bitekben kifejezve:

$$b_2 = \left[\log_2\left(\frac{1}{h}\right)\right] = 14 \tag{8}$$

(2 pont)

2. A mérési elrendezés az alábbi ábrán látható:



Az áramkörben folyó áram az alábbi:

$$I = \frac{U_g}{R + j\omega L + 1/j\omega C} = \frac{U_g}{R + j\omega L - j/\omega C} \tag{9}$$

A fenti kifejezésből látszik, hogy az áram akkor maximális, ha:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \tag{10}$$

Ebből a maximális áram, illetve a kapacitás értéke:

$$I_{\max} = \frac{U_g}{R}, \quad C = \frac{1}{\omega^2 L} \tag{11}$$

(2 pont)
A kapacitáson eső feszültség az eddigiek behelyettesítésével:

$$U_C = I_{\max}\frac{1}{j\omega C} = \frac{U_g \omega L}{jR} = \frac{U_g}{j}Q \tag{12}$$

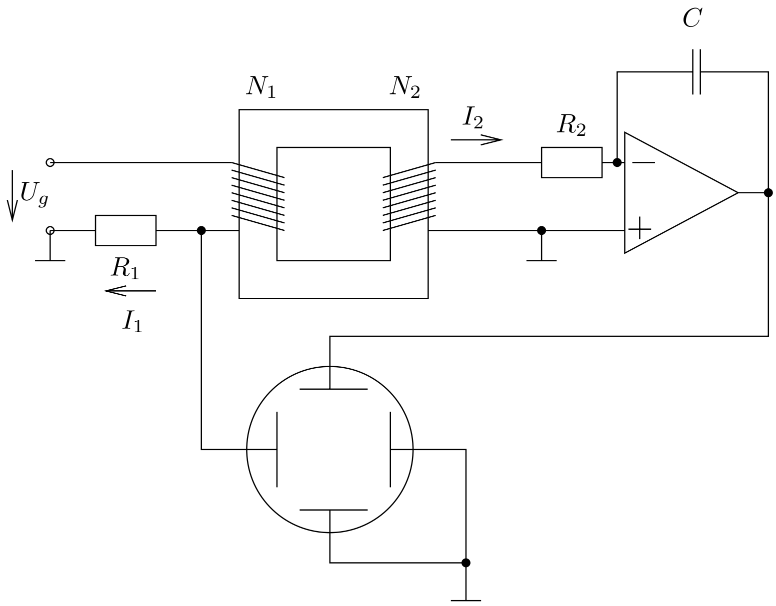
ahol Q éppen a tekercs jósági tényezője. (1 pont)
Ezek után a jósági tényező meghatározásának módja:

$$Q = \left|\frac{U_C}{U_g}\right| = 5 \tag{13}$$

(1 pont)

Megjegyzés: A példában megadott adatokkal $U_C > U_g$. Ez azért lehetséges, mert a kapacitás állításával az RLC-tag rezonanciafrekvenciáját a gerjesztés frekvenciájára állítottuk. Rezonancia esetén a tekercsen és a kondenzátoron azonos nagyságú, de ellentétes irányú feszültség van.

3. A mérési elrendezés az alábbi ábrán látható:



A tekercs alatt a katódsugárcső eltérítését ábrázoltuk. Előnyös a toroid alakú vasmag, az ábrázolás egyszerűbbé tétele miatt nem ezt rajzoltuk fel. (1 pont)

Az áramkör gerjesztése szinuszos, a vasmag keresztmetszete A, a közepes erővonalhossz l. A szekunder tekercsen folyó áram $I_2 \cong 0$, ezért a vasmagot nem gerjeszti. Így a vízszintes eltérítő feszültség:

$$u_x(t) = R_1 i_1(t) = R_1 \frac{l}{N_1} H(t) = K_x H(t) \tag{14}$$

A függőleges eltérítő feszültség:

$$u_y(t) = \frac{-j\omega}{-j\omega R_2 C} N_2 A B(t) = \frac{1}{R_2 C} N_2 A B(t) = K_y B(t) \tag{15}$$

Az indukált feszültség ugyanis az indukció negatív deriváltjával arányos, amely adott frekvencián $-j\omega$-val való szorzásnak felel meg. Az integrátor átvitele azon a frekvencián $-1/j\omega R_2 C$, így a frekvencia a mérésből kiesik. A mérés része a feszültségek K_x-szel és K_y-nal való leosztása is, amelyek a geometriából és az alkatrészek adataiból meghatározhatók. (2 pont)