R alapok, Rejtett Markov modell gyakorlat

Valószínűségi döntéstámogatás

R alapok

Az alábbiakban rövid (kivonatos) áttekintést adunk az R programnyelvbe és statisztikai szofvterbe. (Forrás: http://www.tutorialspoint.com/r/)

Alapvető adattípusok

Logikai érték

```
v <- TRUE
print(class(v))

## [1] "logical"

v <- F

F & F

## [1] FALSE

F | T

## [1] TRUE
```

Szám

```
v <- 23.5
print(class(v))

## [1] "numeric"

5*6

## [1] 30

5^6

## [1] 15625
```

Egész szám

```
v <- 2L
print(class(v))

## [1] "integer"
```

```
v + 2*v
```

```
## [1] 6
```

Komplex szám

```
v <- 2+5i
print(class(v))
```

```
## [1] "complex"
```

```
sqrt(-1+0i)
```

```
## [1] 0+1i
```

Karakter

```
v <- "TRUE"
print(class(v))
```

```
## [1] "character"
```

```
paste( v, ":", v )
```

```
## [1] "TRUE : TRUE"
```

Értékadás

```
# Assignment using equal operator.
var.1 = c(0,1,2,3)

# Assignment using leftward operator.
var.2 <- c("learn","R")

# Assignment using rightward operator.
c(TRUE,1) -> var.3
paste( v, ":", v )
```

```
## [1] "TRUE : TRUE"
```

Magasabb rendu adattípusok

Vektorok

```
# Create a vector.
apple <- c('red','green',"yellow")
print(apple)
```

```
## [1] "red"    "green"  "yellow"
```

```
# Get the class of the vector.
print(class(apple))
```

```
## [1] "character"
```

Vektorok létrehozáss

```
# Creating a sequence from 5 to 13.
v <- 5:13
print(v)
```

```
## [1]  5  6  7  8  9 10 11 12 13
```

```
# Creating a sequence from 6.6 to 12.6.
v <- 6.6:12.6
print(v)
```

```
## [1]  6.6  7.6  8.6  9.6 10.6 11.6 12.6
```

```
# Create vector with elements from 5 to 9 incrementing by 0.4.
print(seq(5, 9, by = 0.4))
```

```
##  [1] 5.0 5.4 5.8 6.2 6.6 7.0 7.4 7.8 8.2 8.6 9.0
```

Vektorok elemeinek elérése (indexelés)

```
# Accessing vector elements using position.
t <- c("Sun","Mon","Tue","Wed","Thurs","Fri","Sat")
u <- t[c(2,3,6)]
print(u)
```

```
## [1] "Mon" "Tue" "Fri"
```

```
# Accessing vector elements using logical indexing.
v <- t[c(TRUE,FALSE,FALSE,FALSE,FALSE,TRUE,FALSE)]
print(v)
```

```
## [1] "Sun" "Fri"
```

```
# Accessing vector elements using negative indexing.
x <- t[c(-2,-5)]
print(x)
```

```
## [1] "Sun" "Tue" "Wed" "Fri" "Sat"
```

```
# Accessing vector elements using 0/1 indexing.
y <- t[c(0,0,0,0,0,0,1)]
print(y)
```

```
## [1] "Sun"
```

Vektor aritmetika

```
# Create two vectors.
v1 <- c(3,8,4,5,0,11)
v2 <- c(4,11,0,8,1,2)

# Vector addition.
```

```r
add.result <- v1+v2
print(add.result)
```

```
## [1]  7 19  4 13  1 13
```

```r
# Vector substraction.
sub.result <- v1-v2
print(sub.result)
```

```
## [1] -1 -3  4 -3 -1  9
```

```r
# Vector multiplication.
multi.result <- v1*v2
print(multi.result)
```

```
## [1] 12 88  0 40  0 22
```

```r
# Vector division.
divi.result <- v1/v2
print(divi.result)
```

```
## [1] 0.7500000 0.7272727       Inf 0.6250000 0.0000000 5.5000000
```

Listák

```r
# Create a list.
list1 <- list( c(2,5,3), 21.3, sin)

# Print the list.
print(list1)
```

```
## [[1]]
## [1] 2 5 3
##
## [[2]]
## [1] 21.3
##
## [[3]]
## function (x)  .Primitive("sin")
```

Listák elemeinek elnevezése

```r
# Create a list containing a vector, a matrix and a list.
list_data <- list(c("Jan","Feb","Mar"), matrix(c(3,9,5,1,-2,8), nrow = 2),
   list("green",12.3))

# Give names to the elements in the list.
names(list_data) <- c("1st Quarter", "A_Matrix", "A Inner list")

# Show the list.
print(list_data)
```

```
## $`1st Quarter`
## [1] "Jan" "Feb" "Mar"
##
## $A_Matrix
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    3    5   -2
## [2,]    9    1    8
##
## $`A Inner list`
## $`A Inner list`[[1]]
## [1] "green"
##
## $`A Inner list`[[2]]
## [1] 12.3
```

Listák elemeinek elérése

```
# Access the first element of the list.
print(list_data[1])
```

```
## $`1st Quarter`
## [1] "Jan" "Feb" "Mar"
```

```
# Access the thrid element. As it is also a list, all its elements will be
printed.
print(list_data[3])
```

```
## $`A Inner list`
## $`A Inner list`[[1]]
## [1] "green"
##
## $`A Inner list`[[2]]
## [1] 12.3
```

```
# Access the list element using the name of the element.
print(list_data$A_Matrix)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    3    5   -2
## [2,]    9    1    8
```

Listák összefuzése

```
# Create two lists.
list1 <- list(1,2,3)
list2 <- list("Sun","Mon","Tue")

# Merge the two lists.
merged.list <- c(list1,list2)

# Print the merged list.
print(merged.list)
```

```
## [[1]]
## [1] 1
##
## [[2]]
## [1] 2
##
## [[3]]
## [1] 3
##
## [[4]]
## [1] "Sun"
##
## [[5]]
## [1] "Mon"
##
## [[6]]
## [1] "Tue"
```

Mátrixok

```
# Create a matrix.
M = matrix( c('a','a','b','c','b','a'), nrow = 2, ncol = 3, byrow = TRUE)
print(M)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,] "a"  "a"  "b"
## [2,] "c"  "b"  "a"
```

Mátrixok létrehozása (byrow: T vs. F)

```
# Elements are arranged sequentially by row.
M <- matrix(c(3:14), nrow = 4, byrow = TRUE)
print(M)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    3    4    5
## [2,]    6    7    8
## [3,]    9   10   11
## [4,]   12   13   14
```

```
# Elements are arranged sequentially by column.
N <- matrix(c(3:14), nrow = 4, byrow = FALSE)
print(N)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    3    7   11
## [2,]    4    8   12
## [3,]    5    9   13
## [4,]    6   10   14
```

```
# Define the column and row names.
rownames = c("row1", "row2", "row3", "row4")
```

```r
colnames = c("col1", "col2", "col3")

P <- matrix(c(3:14), nrow = 4, byrow = TRUE, dimnames = list(rownames,
colnames))
print(P)
```

```
##      col1 col2 col3
## row1    3    4    5
## row2    6    7    8
## row3    9   10   11
## row4   12   13   14
```

Mátrixok elemeinek elérése (indexelés)

```r
# Access the element at 3rd column and 1st row.
print(P[1,3])
```

```
## [1] 5
```

```r
# Access the element at 2nd column and 4th row.
print(P[4,2])
```

```
## [1] 13
```

```r
# Access only the  2nd row.
print(P[2,])
```

```
## col1 col2 col3
##    6    7    8
```

```r
# Access only the 3rd column.
print(P[,3])
```

```
## row1 row2 row3 row4
##    5    8   11   14
```

Mátrix-muveletek

```r
# Create two 2x3 matrices.
matrix1 <- matrix(c(3, 9, -1, 4, 2, 6), nrow = 2)
print(matrix1)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    3   -1    2
## [2,]    9    4    6
```

```r
matrix2 <- matrix(c(5, 2, 0, 9, 3, 4), nrow = 2)
print(matrix2)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    5    0    3
## [2,]    2    9    4
```

```r
# Transpose of matrix
result <- t(matrix1)
print(result)
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]    3    9
## [2,]   -1    4
## [3,]    2    6
```

```r
# Add the matrices.
result <- matrix1 + matrix2
print(result)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    8   -1    5
## [2,]   11   13   10
```

```r
# Subtract the matrices
result <- matrix1 - matrix2
print(result)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]   -2   -1   -1
## [2,]    7   -5    2
```

```r
# Multiply the matrices.
result <- matrix1 * matrix2
print(result)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]   15    0    6
## [2,]   18   36   24
```

```r
# Divide the matrices
result <- matrix1 / matrix2
print(result)
```

```
##      [,1]      [,2]      [,3]
## [1,]  0.6      -Inf 0.6666667
## [2,]  4.5 0.4444444 1.5000000
```

```r
# Multiply the matrices by matrix multiplication
result <- matrix1 %*% t(matrix2)
print(result)
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]   21    5
## [2,]   63   78
```

```r
result <- t(matrix1) %*% matrix2
print(result)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]   33   81   45
```

```
## [2,]    3   36   13
## [3,]   22   54   30
```

Tömbök

```
# Create an array.
a <- array(c('green','yellow'),dim = c(3,3,2))
print(a)
```

```
## , , 1
##
##      [,1]     [,2]     [,3]
## [1,] "green"  "yellow" "green"
## [2,] "yellow" "green"  "yellow"
## [3,] "green"  "yellow" "green"
##
## , , 2
##
##      [,1]     [,2]     [,3]
## [1,] "yellow" "green"  "yellow"
## [2,] "green"  "yellow" "green"
## [3,] "yellow" "green"  "yellow"
```

Faktorok

```
# Create a vector.
apple_colors <- c('green','green','yellow','red','red','red','green')

# Create a factor object.
factor_apple <- factor(apple_colors)

# Print the factor.
print(factor_apple)
```

```
## [1] green  green  yellow red    red    red    green
## Levels: green red yellow
```

```
print(nlevels(factor_apple))
```

```
## [1] 3
```

Adat táblák

```
# Create the data frame.
emp.data <- data.frame(
   emp_id = c (1:5),
   emp_name = c("Rick","Dan","Michelle","Ryan","Gary"),
   salary = c(623.3,515.2,611.0,729.0,843.25),

   start_date = as.Date(c("2012-01-01", "2013-09-23", "2014-11-15", "2014-05-
11",
      "2015-03-27")),
```

```
   stringsAsFactors = FALSE
)
# Print the data frame.
print(emp.data)
```

```
##   emp_id emp_name salary start_date
## 1      1     Rick 623.30 2012-01-01
## 2      2      Dan 515.20 2013-09-23
## 3      3 Michelle 611.00 2014-11-15
## 4      4     Ryan 729.00 2014-05-11
## 5      5     Gary 843.25 2015-03-27
```

Adat tábla elemeinek elérése (indexelés)

```
# Extract Specific columns.
result <- data.frame(emp.data$emp_name,emp.data$salary)
print(result)
```

```
##   emp.data.emp_name emp.data.salary
## 1              Rick          623.30
## 2               Dan          515.20
## 3          Michelle          611.00
## 4              Ryan          729.00
## 5              Gary          843.25
```

```
# Extract first two rows.
result <- emp.data[1:2,]
print(result)
```

```
##   emp_id emp_name salary start_date
## 1      1     Rick  623.3 2012-01-01
## 2      2      Dan  515.2 2013-09-23
```

```
# Extract 3rd and 5th row with 2nd and 4th column.
result <- emp.data[c(3,5),c(2,4)]
print(result)
```

```
##   emp_name start_date
## 3 Michelle 2014-11-15
## 5     Gary 2015-03-27
```

Új oszlop hozzáadása

```
# Add the "dept" coulmn.
emp.data$dept <- c("IT","Operations","IT","HR","Finance")
v <- emp.data
print(v)
```

```
##   emp_id emp_name salary start_date       dept
## 1      1     Rick 623.30 2012-01-01         IT
## 2      2      Dan 515.20 2013-09-23 Operations
## 3      3 Michelle 611.00 2014-11-15         IT
```

```
## 4      4     Ryan 729.00 2014-05-11         HR
## 5      5     Gary 843.25 2015-03-27    Finance
```

Új sorok hozzáadása

```
# Create the second data frame
emp.newdata <-  data.frame(
   emp_id = c (6:8),
   emp_name = c("Rasmi","Pranab","Tusar"),
   salary = c(578.0,722.5,632.8),
   start_date = as.Date(c("2013-05-21","2013-07-30","2014-06-17")),
   dept = c("IT","Operations","Fianance"),
   stringsAsFactors = FALSE
)

# Bind the two data frames.
emp.finaldata <- rbind(emp.data,emp.newdata)
print(emp.finaldata)
```

```
##   emp_id emp_name salary start_date       dept
## 1      1     Rick 623.30 2012-01-01         IT
## 2      2      Dan 515.20 2013-09-23 Operations
## 3      3 Michelle 611.00 2014-11-15         IT
## 4      4     Ryan 729.00 2014-05-11         HR
## 5      5     Gary 843.25 2015-03-27    Finance
## 6      6    Rasmi 578.00 2013-05-21         IT
## 7      7   Pranab 722.50 2013-07-30 Operations
## 8      8    Tusar 632.80 2014-06-17   Fianance
```

Függvények

```
# define a simple function
myFirstFun <- function( n )
{
  n*n  #  compute the square of integer n
  # or return( n*n )
}
# define a value
k <- 10
# call the function with that value
myFirstFun( k )
```

```
## [1] 100
```

Vezérlési szerkezetek

```
# For loop, if
m=20;
for (k in 1:m)
{
  if (!k %% 2)
```

```
    next
  print(k)
}
```

```
## [1] 1
## [1] 3
## [1] 5
## [1] 7
## [1] 9
## [1] 11
## [1] 13
## [1] 15
## [1] 17
## [1] 19
```

```
# next, break
# while loop
response <- sample(40:45, size=1)
while( response != 42 )
{
  print( "Sorry, the answer to whaterver the question MUST be 42" )
  response <- sample(40:45, size=1)
}
```

```
## [1] "Sorry, the answer to whaterver the question MUST be 42"
## [1] "Sorry, the answer to whaterver the question MUST be 42"
## [1] "Sorry, the answer to whaterver the question MUST be 42"
## [1] "Sorry, the answer to whaterver the question MUST be 42"
## [1] "Sorry, the answer to whaterver the question MUST be 42"
```

```
# if() { } else if() {} else {}
```

Csomagok

Csomagok letöltése

```
#install.packages("HMM")
#install.packages("ggplot2")
```

Csomagok betöltése

```
library(HMM)
library(ggplot2)
```

Rejtett Markov modell - példa

Avagy "Hogyan tudjuk kiszűrni a hamis pénzérmét a feldobások eredménye alapján?".

Tegyük fel, hogy egy kaszinóban "fej vagy írás" játékot játszunk. A krupié azonban nem becsületes; idonként, amikor nem vesszük észre, a valódi pénzérmét egy cinkeltre cseréli. A valódi pénzérme feldobása esetén fele-fele arányban kapunk fejet vagy írást, ám a cinkelt pénzérme feldobása után 0.9 valószínuséggel lesz fej az eredmény. A krupié a valódi pénzérmét 0.3 valószínuséggel cseréli le minden dobás után a cinkeltre, míg a cinkeltet 0.2 valószínuséggel cseréli vissza valódira. A játékot egyébként nagy (0.9) valószínuséggel a valódi pénzérmével kezdjük.

Modellezzük a játékot egy rejtett Markov modell segítségével!

```
library(HMM)

hmm <- initHMM( States = c( "Valodi","Nem valódi" ),
                Symbols = c( "Fej", "Iras" ),
                startProbs = c( 0.9, 0.1 ),
                transProbs = matrix( c( 0.7, 0.3,
                                        0.2, 0.8 ), ncol = 2, byrow = T ),
                emissionProbs = matrix( c( 0.5, 0.5,
                                           0.8, 0.2 ), ncol = 2, byrow = T )
)
```

Nyomtassuk ki a modell leírását a képernyore.

```
print(hmm)
```

```
## $States
## [1] "Valodi"     "Nem valódi"
##
## $Symbols
## [1] "Fej"  "Iras"
##
## $startProbs
##     Valodi Nem valódi
##        0.9        0.1
##
## $transProbs
##             to
## from         Valodi Nem valódi
##   Valodi        0.7        0.3
##   Nem valódi    0.2        0.8
##
## $emissionProbs
##             symbols
## states       Fej Iras
##   Valodi     0.5  0.5
##   Nem valódi 0.8  0.2
```

Szimuláljunk egy 100 hosszú dobássorozatot, majd írjuk ki az eredményeket.

```
nSim <- 100

simulation <- simHMM( hmm, nSim )

simulation
```

```
## $states
##   [1] "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"
##   [6] "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Nem valódi" "Valodi"
##  [11] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Valodi"
##  [16] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Valodi"
##  [21] "Valodi"     "Nem valódi" "Nem valódi" "Valodi"     "Valodi"
##  [26] "Valodi"     "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [31] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Valodi"     "Valodi"
##  [36] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [41] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [46] "Nem valódi" "Nem valódi" "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"
##  [51] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [56] "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [61] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [66] "Nem valódi" "Valodi"     "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [71] "Nem valódi" "Valodi"     "Valodi"     "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [76] "Nem valódi" "Nem valódi" "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"
##  [81] "Valodi"     "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [86] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [91] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [96] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##
## $observation
##   [1] "Fej"  "Fej"  "Iras" "Iras" "Iras" "Iras" "Fej"  "Iras" "Iras" "Fej"
##  [11] "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"
"Iras"
##  [21] "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Iras" "Iras" "Iras" "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"
##  [31] "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Iras" "Fej"  "Fej"
##  [41] "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Iras" "Iras" "Fej"
##  [51] "Iras" "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Iras" "Fej"  "Fej"  "Fej"
##  [61] "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Iras" "Iras" "Iras" "Fej"  "Fej"
##  [71] "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"
##  [81] "Iras" "Iras" "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"
##  [91] "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Fej"  "Iras" "Fej"  "Fej"
```

Hogyan muködik a `simHMM` metódus?

```
simHMM
```

```
## function (hmm, length)
## {
##     hmm$transProbs[is.na(hmm$transProbs)] = 0
##     hmm$emissionProbs[is.na(hmm$emissionProbs)] = 0
```

```
##     states = c()
##     emission = c()
##     states = c(states, sample(hmm$States, 1, prob = hmm$startProbs))
##     for (i in 2:length) {
##         state = sample(hmm$States, 1, prob = hmm$transProbs[states[i -
##             1], ])
##         states = c(states, state)
##     }
##     for (i in 1:length) {
##         emi = sample(hmm$Symbols, 1, prob = hmm$emissionProbs[states[i],
##             ])
##         emission = c(emission, emi)
##     }
##     return(list(states = states, observation = emission))
## }
## <environment: namespace:HMM>
```

Keressük meg a legvalószínubb útvonalat (dobássorozatot) a viterbi algoritmus segítségével, majd írjuk ki az eredményeket.

```
vit = viterbi( hmm, simulation$observation )
vit
```

```
##   [1] "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"
##   [6] "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Nem valódi"
##  [11] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [16] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [21] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Valodi"     "Valodi"
##  [26] "Valodi"     "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [31] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [36] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [41] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [46] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [51] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [56] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [61] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [66] "Valodi"     "Valodi"     "Valodi"     "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [71] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [76] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [81] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [86] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [91] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
##  [96] "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi" "Nem valódi"
```

Számítsuk ki az egyes állapotok poszterior valószínuségét minden idopillanatban. Emlékezteto: simítás (forward-backward algoritmus).

```
f = forward( hmm, simulation$observation )
b = backward( hmm, simulation$observation )

i <- f[1, nSim]
```

```
j <- f[2, nSim]
probObservations = ( i + log( 1 + exp( j - i ) ) ) # vagy
log(sum(exp(f[,nSim])))
posterior = exp( ( f + b ) - probObservations )
```

Ábrázoljuk és értelmezzük az eredményeket! Ehhez eloször töltsük be a ggplot2 csomagot, majd készítsünk egy data.frame-et, amely a dobás indexe mellett tartalmazza a szimulált állapotokat és szimulált megfigyeléseket, a viterbi algoritmussal meghatározott legvalószínubb útvonalat, illetve a Valódi pénzérme állapot poszterior valószínuségét.

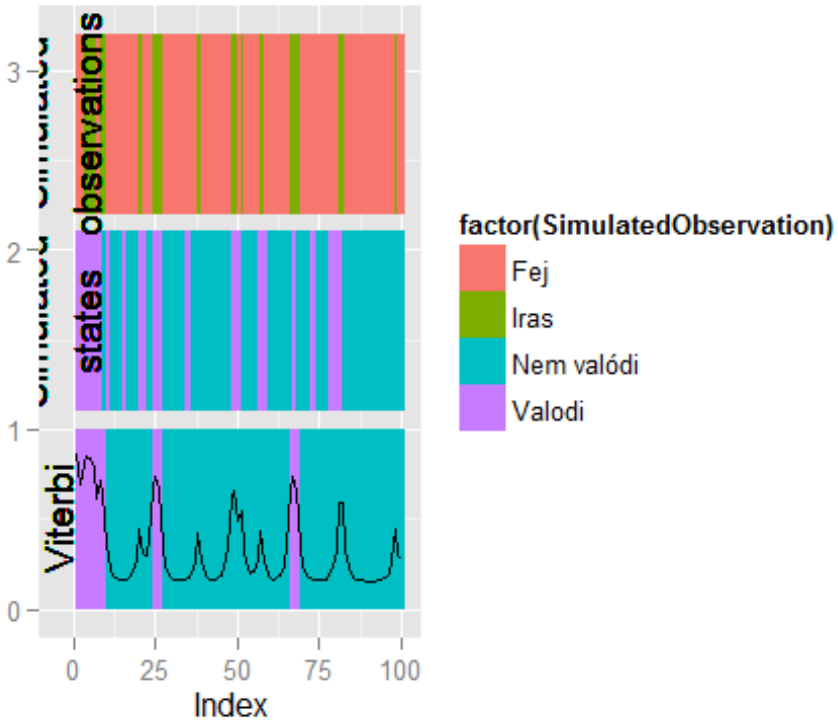
```
library(ggplot2)

df <- data.frame( Index = 1:nSim,
                  SimulatedStates = simulation$states,
                  SimulatedObservation = simulation$observation,
                  ViterbiStates = vit,
                  PosteriorOfHonest = posterior[1,] )

head(df)
```

```
##   Index SimulatedStates SimulatedObservation ViterbiStates
## 1     1          Valodi                  Fej        Valodi
## 2     2          Valodi                  Fej        Valodi
## 3     3          Valodi                 Iras        Valodi
## 4     4          Valodi                 Iras        Valodi
## 5     5          Valodi                 Iras        Valodi
## 6     6          Valodi                 Iras        Valodi
##   PosteriorOfHonest
## 1         0.8670509
## 2         0.6903766
## 3         0.8133898
## 4         0.8499013
## 5         0.8437979
## 6         0.7877434
```

```
ggplot( df ) +
  geom_rect( aes( xmin=Index, xmax=Index+1, ymin=2.2, ymax=3.2,
fill=factor(SimulatedObservation) ) ) +
  geom_rect( aes( xmin=Index, xmax=Index+1, ymin=1.1, ymax=2.1,
fill=factor(SimulatedStates) ) ) +
  geom_rect( aes( xmin=Index, xmax=Index+1, ymin=0, ymax=1,
fill=factor(ViterbiStates) ) ) +
  geom_line( aes( x=Index, y=PosteriorOfHonest ) ) +
  geom_text( aes(label = "Viterbi", x=-5, y=0.5,angle=90) ) +
  geom_text( aes(label = "Simulated\nstates", x=-5, y=1.6,angle=90) ) +
  geom_text( aes(label = "Simulated\nobservations", x=-5, y=2.7,angle=90) ) +
  labs( y="" ) #+ theme( axis.text.y = element_blank(), axis.ticks.y =
element_blank(), axis.title.y = element_blank() )
```



Feladatok:

1. Végezzük el a szimulációt hosszabb dobássorozatokra is.
2. Vizsgáljuk meg a modell paramétereinek hatását az eredményekre (állapotátmenet-valószínűségek, kibocsátási valószínűség-eloszlás, prior állapot-valószínűségek).
3. Egészítsük ki az ábrát, hogy ne csak a `Valódi` pénzérme állapot poszterior valószínűségét, hanem az adott időpontban a legvalószínűbb állapotot is megjelenítse! Figyeljük meg, hogy ez hogyan különbözik a Viterbi útvonaltól, illetve a szimulált állapotoktól. Melyik közelíti jobban a valóságot? Számszerűsítsük a különbségeket (viterbi vs. szimulált) <=> (legvalószínűbb állapotok sorozata vs. szimulált)!
4. Módosítsuk a modellt, hogy három pénzérme feldobását modellezze, amelyből kettő hamis (az egyik gyakrabban eredményez fejet, a másik pedig írást). Módosítsuk az ábrát a modellnek megfelelően.