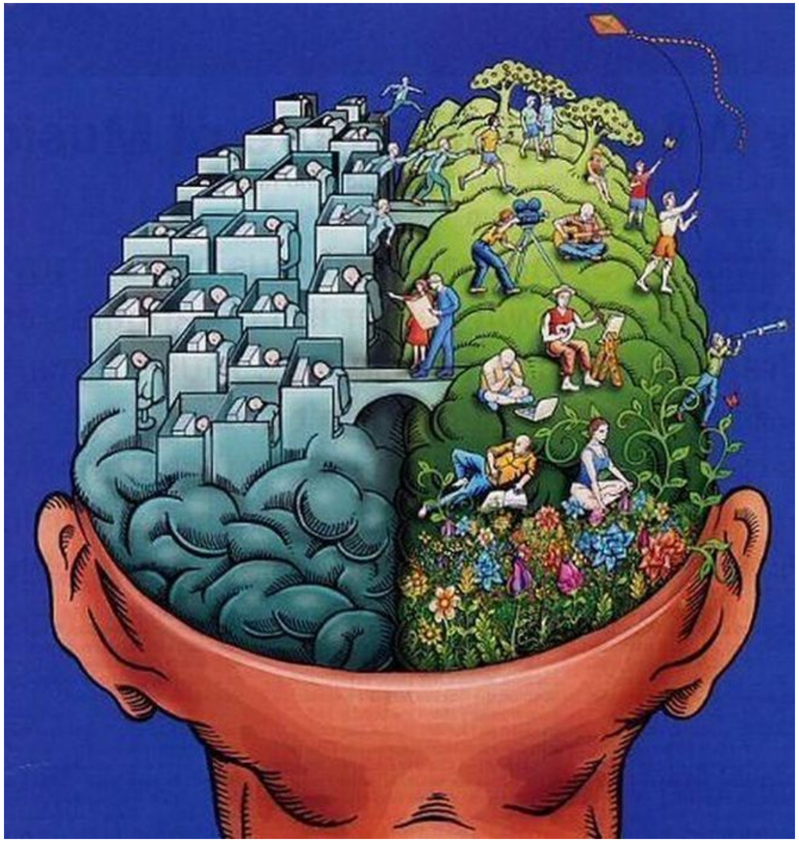
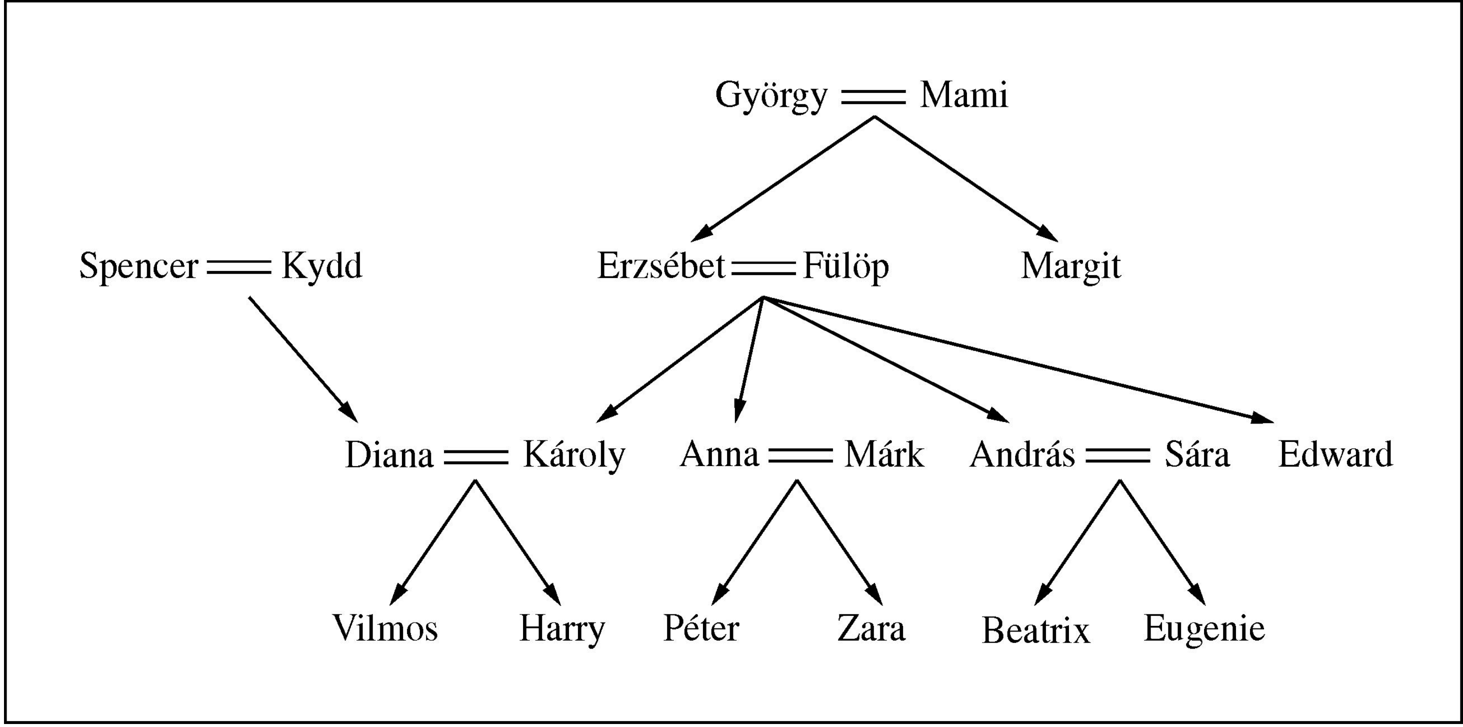
Mesterséges Intelligencia MI

Rezolúciós gyakorlatok

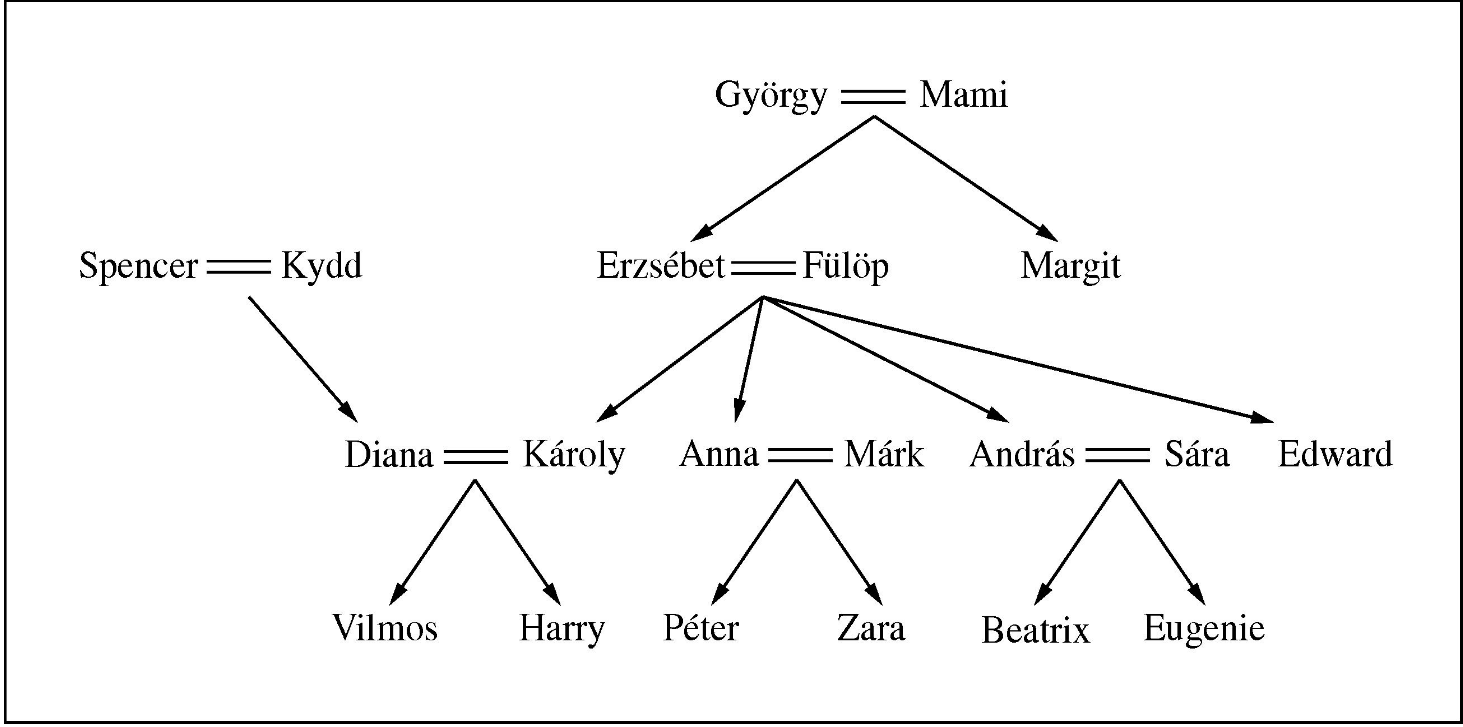




Íme az angol királyi családfa. Tudjuk, hogy:

1. $\forall x\ \forall y\ \forall z$ őse(z, x) $\wedge$ őse(z, y) $\rightarrow$ rokona(x, y)
2. $\forall x\ \forall y\ \forall z$ gyereke(x, z) $\vee$ (gyereke(x, y) $\wedge$ gyereke(y, z)) $\rightarrow$ őse(z, x)
3. $\forall x\ \forall y$ rokona(x, y) $\rightarrow$ rokona(y, x)

Az ábra alapján vegyen fel néhány további szükséges rögzített (atomi) állítást és bizonyítsa be rezolúcióval, hogy rokona(Edward, Vilmos)



A klózok:

1. ¬őse(z1, x1) ∨ ¬őse(z1, y1) ∨ rokona(x1, y1)

2a. ¬gyereke(x2, z2) ∨ őse(z2, x2)

2b. ¬gyereke(x3, y3) ∨ ¬gyereke(y3, z3) ∨ őse(z3, x3)

3. ¬rokona(x4, y4) ∨ rokona(y4, x4)

a kérdés negáltja: 4. ¬rokona(Edward, Vilmos)

a további szükséges állítás:

5. gyereke(Vilmos, Károly)

6. gyereke(Károly, Fülöp)

7. gyereke(Edward, Fülöp)

1. ¬őse(z1, x1) ∨ ¬őse(z1, y1) ∨ rokona(x1, y1) x1/Edward, y1/Vilmos

4. ¬rokona(Edward, Vilmos)

¬őse(z1, Edward) ∨ ¬őse(z1, Vilmos) z1/z2, x2/Edward

2a. ¬gyereke(x2, z2) ∨ őse(z2, x2)

¬őse(z2, Vilmos) ∨ ¬gyereke(Edward, z2) z2/Fülöp

7. gyereke(Edward, Fülöp)

¬őse(Fülöp, Vilmos)

2b. ¬gyereke(x3, y3) ∨ ¬gyereke(y3, z3) ∨ őse(z3, x3)

5. gyereke(Vilmos, Károly) x3/Vilmos, y3/Károly

¬gyereke(Károly, z3) ∨ őse(z3, Vilmos) z3/ Fülöp

6. gyereke(Károly, Fülöp)

őse(Fülöp, Vilmos)

¬őse(Fülöp, Vilmos)

őse(Fülöp, Vilmos)

üres rezolvens

Arisztotelész (és követői): **szillogizmusok**
(igaz következtetési minták, mai szemmel és jelöléssel)

A	univerzális	pozitív	$\forall x.\ B(x) \rightarrow A(x)$
E	univerzális	negatív	$\forall x.\ B(x) \rightarrow \neg A(x)$
I	partikuláris	pozitív	$\exists x.\ C(x) \wedge B(x)$
O	partikuláris	negatív	$\exists x.\ C(x) \wedge \neg B(x)$

Egy minta pl. **A** és **A**-ból következik **A**: **A A A**
(a középkorban az egyes mintákhoz jól memorizálható rövidítéseket alkottak)

BARBARA:

$\forall x.\ B(x) \rightarrow A(x)$

$\forall x.\ C(x) \rightarrow B(x)$

$\forall x.\ C(x) \rightarrow A(x)$

BARBARA:

$$\forall x.\ B(x) \rightarrow A(x)$$
$$\forall x.\ C(x) \rightarrow B(x)$$

$$\forall x.\ C(x) \rightarrow A(x)$$

1. $\forall x.\ B(x) \rightarrow A(x)$
2. $\forall x.\ C(x) \rightarrow B(x)$

Q. $\forall x.\ C(x) \rightarrow A(x)$

$\neg$Q. $\neg\ (\forall x.\ C(x) \rightarrow A(x))$

1. $\neg B(x1) \vee A(x1)$
2. $\neg C(x2) \vee B(x2)$
3. $\neg\ (\forall x.\ \neg C(x) \vee A(x))$

   $\exists x.\ \neg(\neg C(x) \vee A(x))$

   $\exists x.\ C(x) \wedge \neg A(x)$

   $C(S1) \wedge \neg A(S1)$

   $C(S1),\ \neg A(S1)$

3a. $C(S1)$

3b. $\neg A(S1)$ S1 Skolem konstans

1. $\neg B(x1) \vee A(x1)$
2. $\neg C(x2) \vee B(x2)$

3a. $C(S1)$

3b. $\neg A(S1)$

4. 1+3b, x1/S1 $\neg B(S1)$
5. 4+2, x2/S1 $\neg C(S1)$
6. 5.+3a, üres rezolvens

Lássuk, vajon az ógörög ötlet mai szemmel
Is állja ki a logika próbáját?
Avagy deduktív lépés-e a Barbara?

FERIO:

$$\forall x.\ B(x) \rightarrow \neg A(x)$$
$$\underline{\exists x.\ C(x) \wedge B(x)}$$
$$\exists x.\ C(x) \wedge \neg A(x)$$

1. $\forall x.\ B(x) \rightarrow \neg A(x)$
2. $\exists x.\ C(x) \wedge B(x)$

Q. $\exists x.\ C(x) \wedge \neg A(x)$

$\neg$Q. $\neg\ (\exists x.\ C(x) \wedge \neg A(x))$

1. $\neg B(x1) \vee \neg A(x1)$

2a. $C(S1)$

2b. $B(S1)$

3. $\neg\ (\exists x.\ C(x) \wedge \neg A(x))$

   $\forall x.\ \neg(C(x) \wedge \neg A(x))$

   $\forall x.\ \neg C(x) \vee A(x)$

3. $\neg C(x2) \vee A(x2)$

1. $\neg B(x1) \vee \neg A(x1)$

2a. $C(S1)$

2b. $B(S1)$

3. $\neg C(x2) \vee A(x2)$

4. 1+3 x1/x2 $\neg B(x2) \vee \neg C(x2)$
5. 4+2a. x2/S1 $\neg B(S1)$
6. 5.+2b. üres rezolvens

Példa

a. $\forall$ x,y,n,l nemzetisége(x,n) $\wedge$ nemzetisége(y,n) $\wedge$ nyelve(x,l) $\rightarrow$ nyelve(y,l)

b. nemzetisége(Fernandó, Brazil) $\wedge$ nyelve(Fernandó, Portugál)

c. $\forall$ x nemzetisége(x, Brazil) $\rightarrow$ nyelve(x, Portugál)

Lássa be, hogy a c. állítás következik az a. és a b. állításból.

Megoldás (alkalmas rövidítésekkel):

a. $\forall$ x,y,n,l n(x,n) $\wedge$ n(y,n) $\wedge$ ny(x,l) $\rightarrow$ ny(y,l)

b. n(F, B) $\wedge$ ny(F, P)

c. $\forall$ x n(x,B) $\rightarrow$ ny(x,P) igaz-e?

A kérdéses állítást negálni kell klózformára való átalakítás előtt

α. $\forall$ x,y,n,l n(x,n) $\wedge$ n(y,n) $\wedge$ ny(x,l) $\rightarrow$ ny(y,l)

b. n(F, B) $\wedge$ ny(F, P)

c. $\neg$ ($\forall$ x n(x,B) $\rightarrow$ ny(x,P))

a. $\neg$ n(x1,n1) $\vee$ $\neg$n(y1,n1) $\vee$ $\neg$ny(x1,l1) $\vee$ ny(y1,l1)

b1. n(F, B)

b2. ny(F, P)

c1. n(S1,B)

c2. $\neg$ny(S1 ,P) S1 Skolem konstans, és most a rezolúció:

a. $\neg$ n(x1,n1) $\vee$ $\neg$n(y1,n1) $\vee$ $\neg$ny(x1,l1) $\vee$ ny(y1,l1)
b1. n(F,B)
b2. ny(F,P)
c1. n(s,B)
c2. $\neg$ny(s,P) és most a rezolúció:

n(F,B) -ből és
$\neg$ n(x1,n1) $\vee$ $\neg$n(y1,n1) $\vee$ $\neg$ny(x1,l1) $\vee$ ny(y1,l1) -ből
-- x1/F, n1/B behelyettesítéssel lesz:
$\neg$n(y1,B) $\vee$ $\neg$ny(F,l1) $\vee$ ny(y1,l1) –ből és ny(F, P) - ből
-- l1/P behelyettesítéssel lesz:
$\neg$n(y1,B) $\vee$ ny(y1,P) –ből és $\neg$ny(S1, P) -ből
-- y1/S1 behelyettesítéssel lesz:
$\neg$n(S1,B) –ből és n(S1,B) -ből
-- lesz:
üres rezolvens

$\forall x\ P(x) \rightarrow \exists\ x\ P(x)$?

Érvényesnek tippeljük. Egy érvényes állítás önmagában igaz, minden mástól függetlenül. Ez azt jelenti, hogy a rezolúciós bizonyításban a tudásbázist üresnek kell venni, csakis a kérdés létezik, amit persze negáltjával kell figyelembe venni és rajta a rezolúciós lépéseket elvégezni.

Az állítás (kérdés) negálva:

$$\neg\ (\forall\ x\ P(x) \rightarrow \exists\ x\ P(x))$$

és klózokká átalakítva:

$$\neg\ (\neg\forall\ x\ P(x) \vee \exists\ x\ P(x))$$
$$\neg\ (\neg\forall\ x\ P(x) \vee \exists\ y\ P(y))$$
$$\neg\ (\exists\ x\ \neg\ P(x) \vee \exists\ y\ P(y))$$
$$\forall\ x\ P(x) \wedge \forall\ y\ \neg P(y)$$
$$P(x) \wedge \neg P(y)$$

a1. $P(x)$

a2. $\neg P(y)$

A rezolúciós lépés az a1. és az a2. klózok egy lépéses rezolválása x/y behelyettesítéssel, üres klózzá.