

Szavazó ágensek: racionális ágensek egyvéleményű közössége /2

Szekvenciális páronkénti összehasonlítás

TB kieséses bajnokság

A TB szabály intranzitivitása $x \succ_M y, y \succ_M z$, de $z \succ_M x$!

	1	2	3
1.	D1	R	D2
2.	D2	D1	R
3.	R	D2	D1

	1	2	3
1.	w	y	x
2.	x	w	z
3.	z	x	y
4.	y	z	w

$D1 \leftrightarrow D2 ? = D1$

$D1 \leftrightarrow R ? = R$

De R-t a kisebbség akarta!

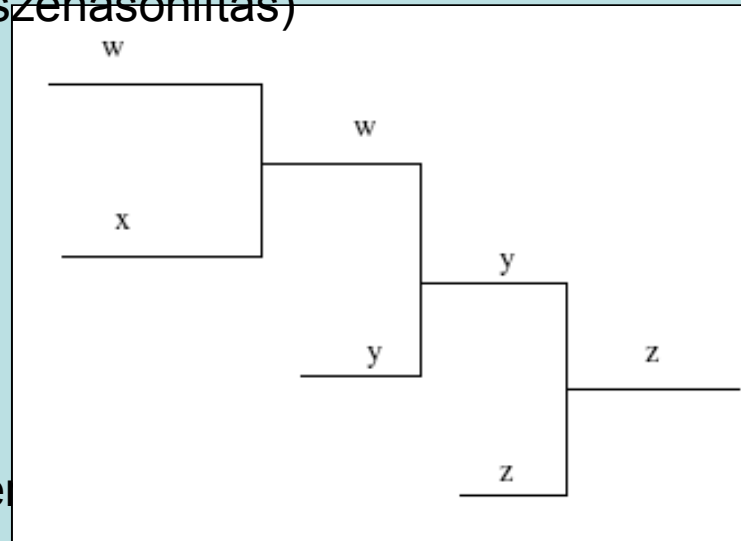
$D1 \succ_M D2, R \succ_M D1$, helyes konklúzió-e $R \succ_M D2$?

A többség esetén mégsem! És mi van, ha D2 panasza érvényt kap (újbolí D2 ... R összehasonlítás)

$D2 \leftrightarrow R ? D2!$

Ciklikus győztes váltás

$w \succ_M x, y \succ_M w, z \succ_M y, \dots x \succ_M z$



Kooperáció és intelligencia

Szavazási paradoxon

Az egyéni preferenciák tranzitivitása ellenére a többségi szavazás nem az.

Tranzitív preferencia a racionális gondolkodás, a cselekvés alapvető követelménye. Döntésképes, racionális egyén tranzitív.

Mi a helyzet a közösséggel? Nem az?

TB, MT szabályok alapja:

- May tétel
- ciklusok ritkák

3 szavazó, 3 alternatíva: 216 típ. közösség, ciklusok csak 12-ben = 5.6%

Ha szavazószám, alternatívaszám nő, a ciklusok valószínűsége 1-hez tart.
(szimuláció)

Condorcet megközelítés – körforgó körmérkőzés

Páronkénti összehasonlítás, mindenki mindenkivel

Condorcet kritérium

- ha van Condorcet győztes – ez a győztes
- ha nincs, információ kiaknázása?

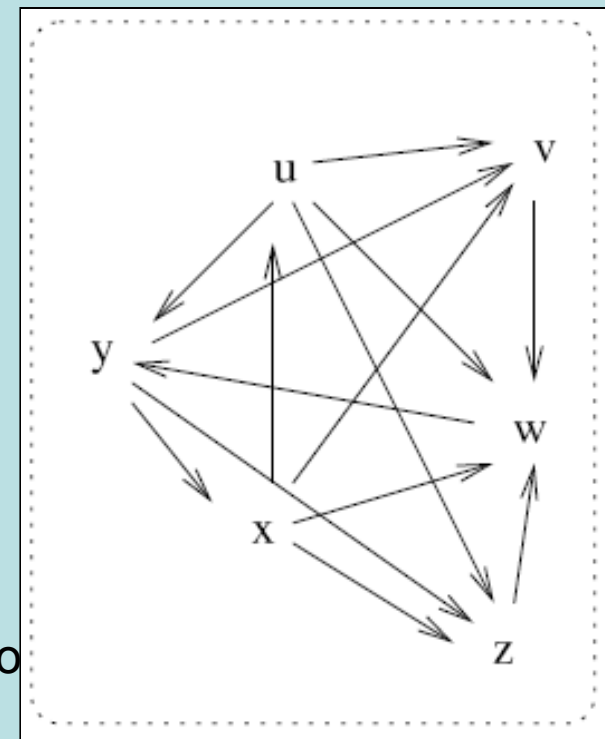
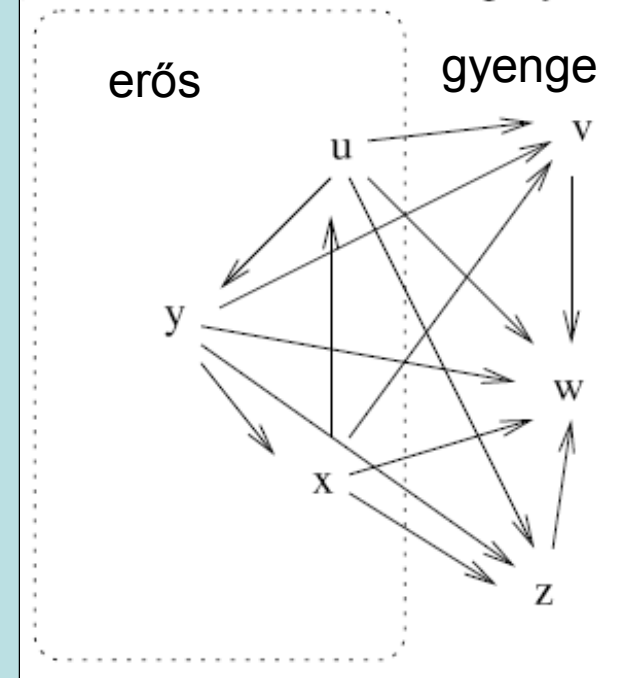
1. Smith kritérium

Nem kívánatos alternatívák eliminálása.
A legyőzhetetlen alternatívák keresése.

Smith halmaz: az alábbi 2 halmaz kisebbike
(Top Cycle Set)

- az összes alternatívák X halmaza
- egy olyan $A \subset X$, hogy A minden eleme győz az X minden elemével szemben**

ha $x \in A$ és $y \in X-A$, akkor $x \succ_P y$



2. Győzelem-veszteség mérleg (Copeland szabály)

alternatíva súlya = #győzelem - #veszteség (minden él = 1)
ha ciklus van, sok döntetlen helyzet várható

3. Aggregált páronkénti szavazás (AP)

ciklus ellenére tranzitív sorrendezés, nincs semleges szavazó

x aggregált szavazata: $|\{i \in N : x \succ_i y\}| + |\{i \in N : x \succ_i z\}|$

a. aggregált szavazás Condorcet győztest soha sem rangsorol utolsónak.

b. aggregált szavazás Condorcet vesztest soha sem rangsorol elsőnek.

Problémák: páronkénti összehasonlítás és az aggregált sorrend, pl.

$x \succ_P y, y \succ_P z, x \succ_P z,$ és $x \succ_{AP} y \succ_{AP} z$ rendben van, nincs anomália

$x \succ_P y, y \succ_P z, x \succ_P z,$ és $y \succ_{AP} x \succ_{AP} z$ de itt nem, anomália

$x \succ_P y, y \succ_P z, x \succ_P z,$ és $z \succ_{AP} y \succ_{AP} x$ lehetetlen

(x = Condorcet győztes)

stb.

aggregált szavazás kb. = Borda szavazás!

Nagyjából csak az esetek kevesebb, mint a fele lehetséges (ezen belül anomáliák)

Más szavazás: akármi történhet!

4. Schultze-féle módszer (1997, 2003) (SM)

Cloneproof Schwartz Sequential Dropping Beatpath Method

(e-mail, internet posting) döntéshozatal Debian Linux projektben

- ha létezik Condorcet győztes, SM megválasztja
- semlegesség, anonimitás, monotonitás, klón-függetlenség, ...
- Smith-IIA: ha egy jelöltet hozzáadunk, csak akkor lehet befolyással, ha benne van a Smith halmazban.

Szavazó: rangsorolás tetszőleges számú (nem szükségképpen az összes) jelöltről, nem rangsoroltak felcserélhetők, a rangsoroltak mögé kerülnek

tranzitív győzelem:

x tranzitíve győz y -nal szemben, ha létezik $x \succ_P \dots, \dots, \dots \succ_P y$ lánc
(annak ellenére, hogy pl. közvetlenül $y \succ_P x$)

egy **lánc erőssége**: minimális győzelmi margó a láncbeli két alternatívája között

$P[x,y]$ az x -től y -ig a legerősebb lánc erőssége

Cél: olyan, a legerősebb láncokkal rendelkező alternatívát megtalálni, ami minden más alternatívát legyőz: ha $P[x,y] > P[y,x]$, x kizárja y -t.

A nem kizárt alternatívák a „potenciális győztesek” halmaza

- egy, OK
- több, valamely döntési eljárás

Pl.

3 csapat, hány szavazó gondolja jobbnak

$$P[OU,AU] = 22$$

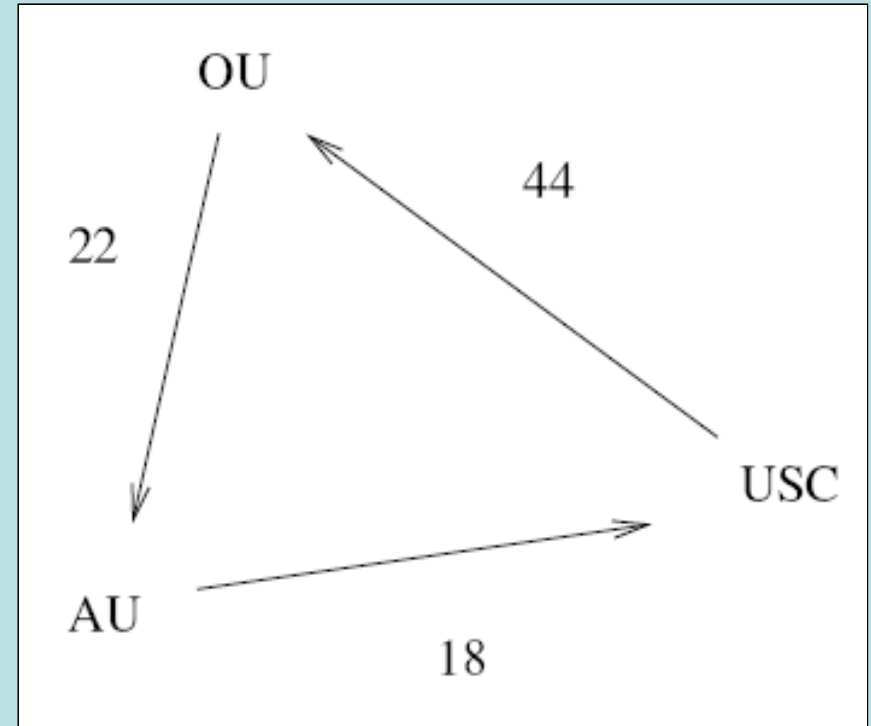
$$P[OU,USC] = 18$$

$$P[AU,OU] = 18$$

$$P[AU,USC] = 18$$

$$P[USC,OU] = 44$$

$$P[USC,AU] = 22$$



$P[USC,OU] > P[OU,USC]$, USC kizárja OU-t

$P[USC,AU] > P[AU,USC]$, USC kizárja AU-t

USC a győztes

Cloneproof Schwartz Sequential Dropping CSSD (előbbivel ekvivalens)

Schultze módszer = szekvenciális jelölterősség mérése

- gyengék eliminálása
- újbóli értékelés (un. Schwartz halmaz újraszámítása)

Smith halmaz (S) a „legfontosabb győztesek ciklus halmaza”

Schwartz halmaz = Smith halmaz javított változata

Schwartz halmaz elem:

- páronkénti összehasonlításban legyőzhetetlen (győzelem, vagy döntetlen), vagy
- tranzitíve győz minden mással szemben, ami tranzitíve fenyeget.

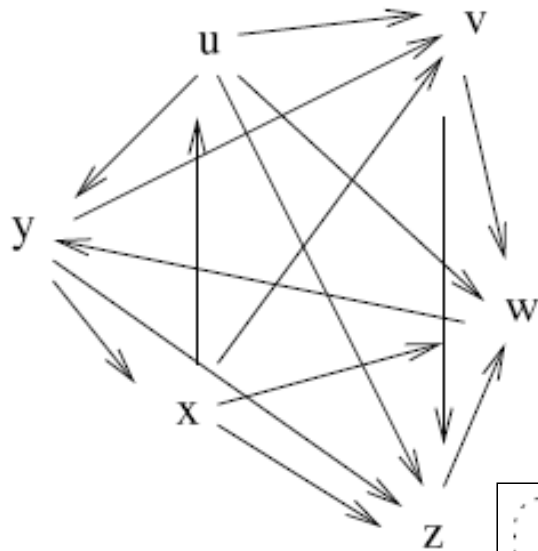
$x \in S$, ha minden olyan y -ra, amire $P[y,x] > 0$, $P[x,y] > 0$.

$y \notin S$, ha van olyan x , amire $P[x,y] > 0$, de $P[y,x] = 0$.

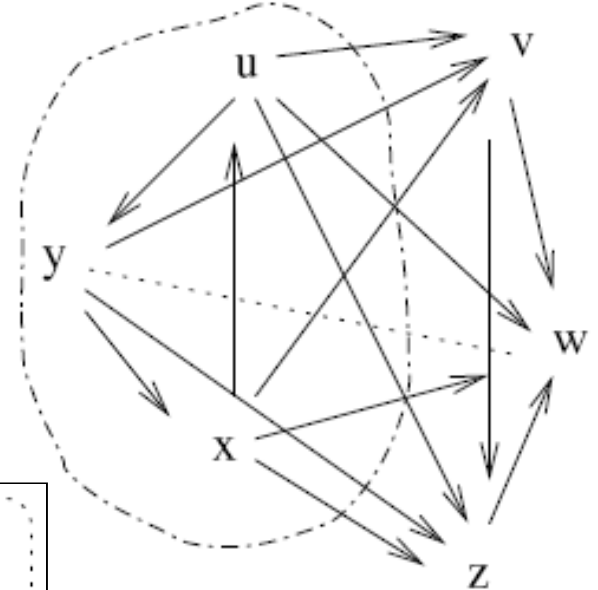
Ha nincsenek páronként döntetlen szavazatok: Smith halmaz = Schwartz halmaz

Ha vannak, Schwartz halmaz $<$ Smith halmaz

Schwartz

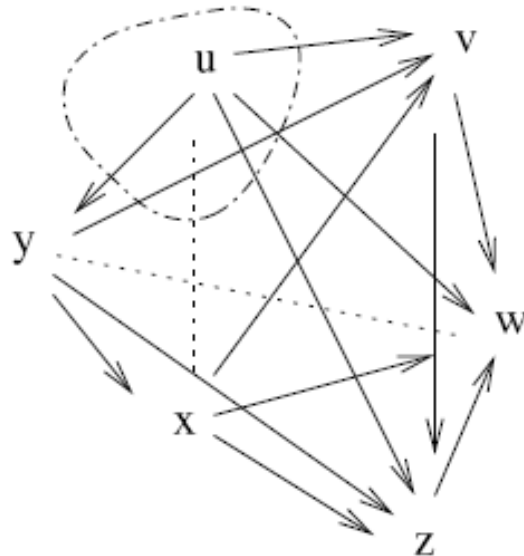


Schwartz set



Smith

Schwartz set



Smith

(szaggatott = döntetlen)

Smith

Dobrowiecki, BME-MIT

Constitutional Amendment: Condorcet/Clone Proof SSD Voting Method - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Reload Home Search Favorites RSS Print Mail Link PDF Google Sign In

Address <http://www.debian.org> Go pdf Go 0 PDF Voting Systems Paul E. Johnsc Translate 100... TV Gin Rummy Ringtones Games Lottery

 **debian**

Select a server near you
United States Go

About Debian News Getting Debian Support Developers' Corner Site map Search

Home
[Home Vote Page](#)

How To
[Submit a Proposal](#)
[Amend a Proposal](#)
[Follow a Proposal](#)

Decided
[Constitution](#)
[Leader Elections 1999](#)
[Logo License](#)
[New Logo](#)
[Swap Logos](#)
[Leader Elections 2000](#)
[Leader Elections 2001](#)
[Debian Project Leader Elections 2002](#)
[Debian Project Leader Elections 2003](#)

Constitutional Amendment: Condorcet/Clone Proof SSD Voting Method

- [Time Line](#)
- [Proposer](#)
- [Seconds](#)
- [Text](#)
- [Amendments](#)
- [Quorum](#)
- [Data and Statistics](#)
- [Outcome](#)

Time Line

Proposed: May 16th, 2003
Discussion Starts: Fri May 16 23:59:59 UTC 2003

Kooperáció és intelligencia, Dobrowiecki, BME-MIT

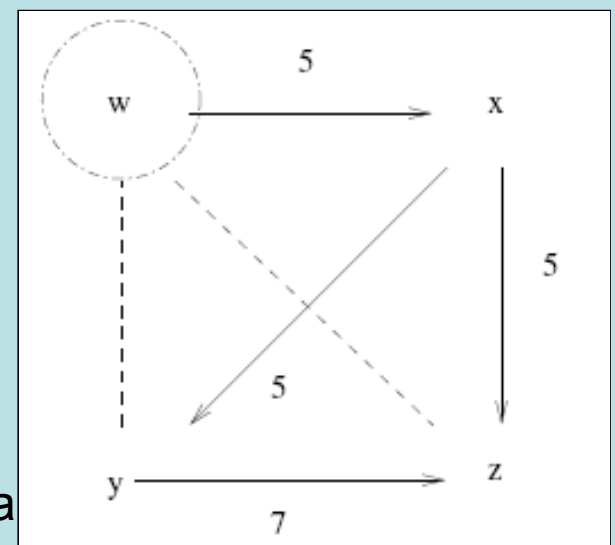
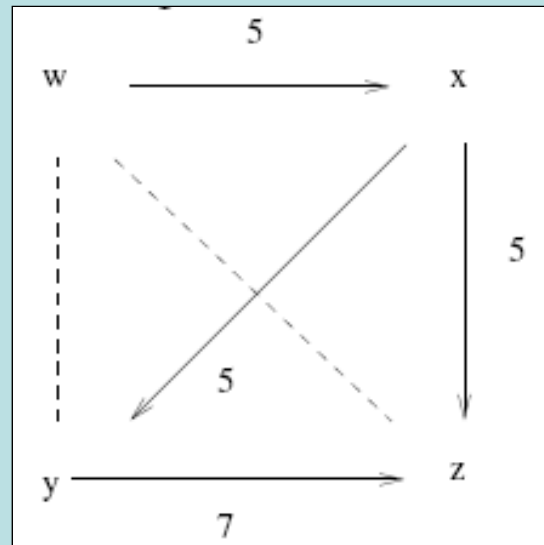
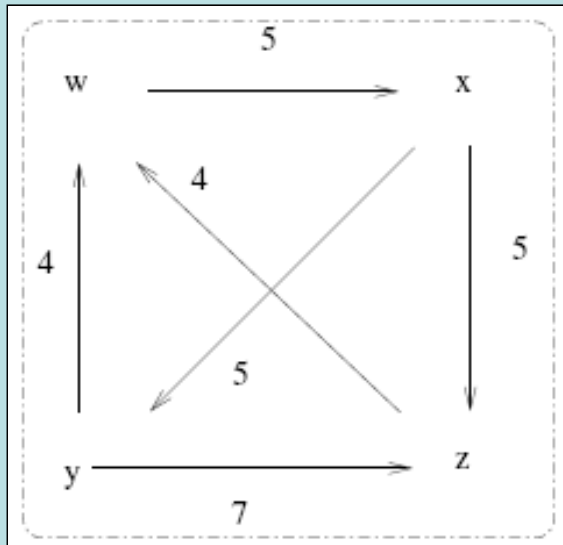
Schwartz szekvenciális szavazás CSSD:

1. Szavazatok begyűjtése (egy szavazó összes alternatíva, v. csak néhány, semleges szavazat is). Eredmény: $x \succ_p y$, $x I_p y$, vagy $y \succ_p x$ (számítása)
2. Kizárások permanens eliminálása Schwartz halmaz számítással.
3. A maradó jelöltek értékelése:
 - A. csak egy: a győztes
 - B. ha mindenki döntetlenre áll, ld. 4. lépés.
 - C. „a leggyengébb győztes” keresése: Schwartz halmaz számítása, egyéb jelöltek permanens eliminálása, ehhez iteratíván a legrosszabb él törlése döntetlenre alternatíva min. győzelmi szavazattal (vagy margó):
győzelem törlése: $x \succ_p y \Rightarrow x I_p y$
ha több ilyen, akkor törlés annál, aminél többen szavaztak a vesztesre
ha belőle is több van, egyforma törlés. Vissza 2-höz.
4. „Potenciális győztesek” halmaza, döntetlen helyzet eldöntése.
véletlenül választott szavazó véleménye:
 - ha minden jelölt rendezett, akkor megvan a győztes
 - ha nem, akkor amire van eredmény, pl. $x \succ_{\text{Schultze}} y$, eltesszük (lefixált)
 - újra véletlen mintavételezés (az előbbi rendezések lefixálásával), amíg minden páronkénti összehasonlítás nem lesz minősítve.
 - ha a szavazatok kifogytak és nincs rangsorolás, véletlen rangsorolás.

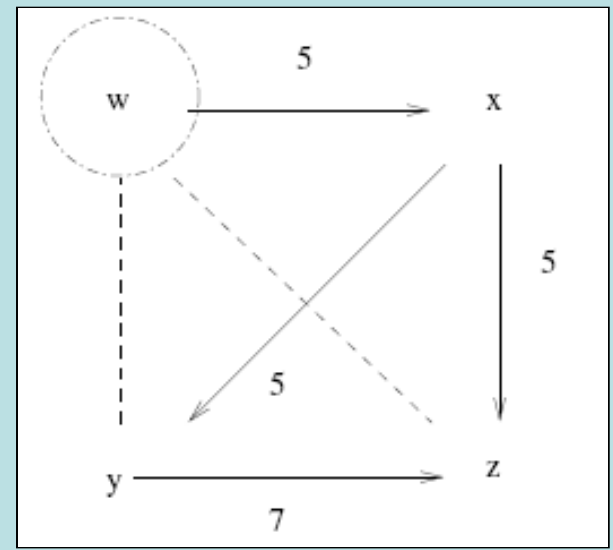
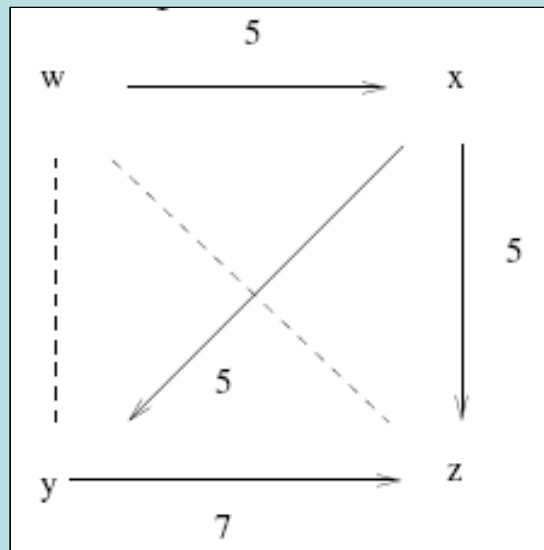
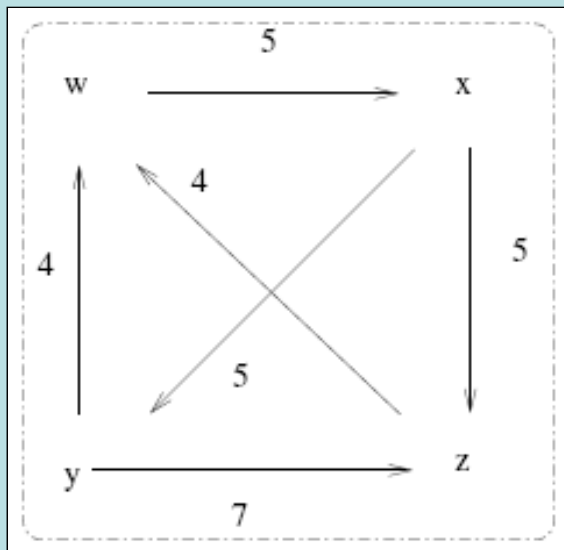
	1	2	3	4	5	6	7	BC
w	3	3	0	0	1	1	3	11
x	2	2	3	3	0	0	2	12
y	1	1	2	2	3	3	1	13
z	0	0	1	1	2	2	0	6

Pl.

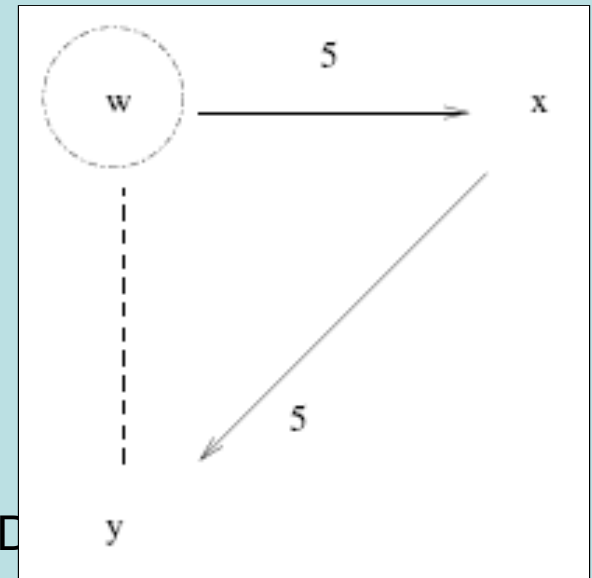
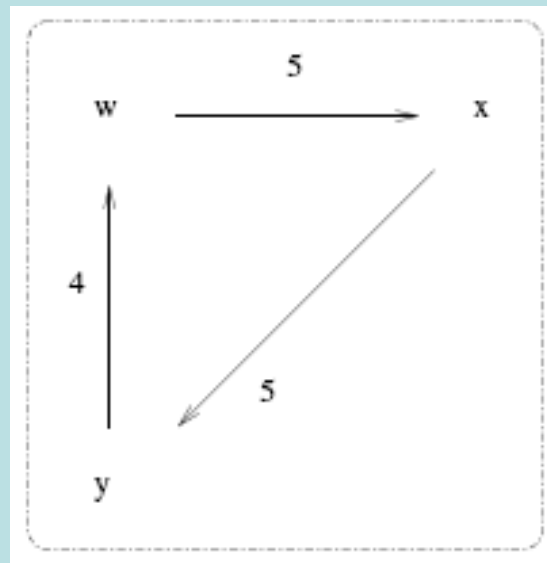
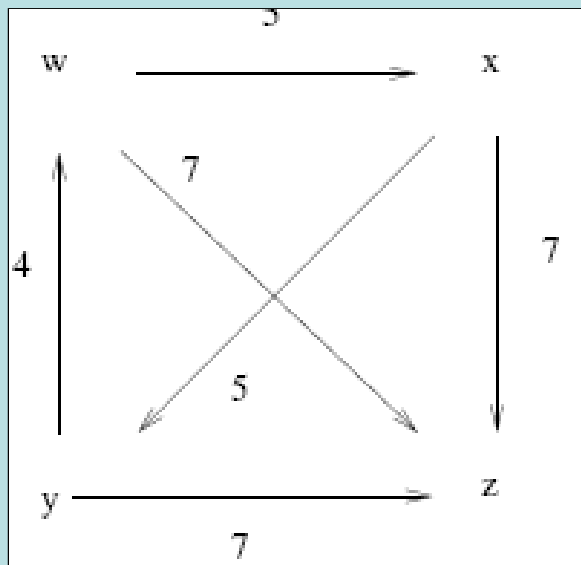
leggyengébb győzelemből döntetlen
új Schwartz halmaz



cia



Korábbi eset: a 'z' kiiktatása, BC-nél manipulálás, győztes megváltozott
Schultze strapabíróbb!



a, D

Schultze módszer kikerüli a BC paradoxonját.

BC figyelembe veszi a z „rontó” hatását és eltéríti az eredményt w-től y érdekében.

Ha z eliminálódik, BC is w-t látja győztesnek.

Ellenérv: „túlságosan komplikált”

elvi szempont

gyakorlati szempont

politikai szempont

Szavazó szempontjából ugyanolyan egyszerű

Schultze módszer – **Részvételi kritérium sérül**

Részvételi kritérium:

ha a szavazás eldőlt, és olyan szavazókat adunk hozzá,
akik a győztest preferálják egy másik alternatívával szemben,
akkor az a másik alternatíva nem lehet újbóli győztes

x a győztes, $x \succ_{\text{Schultze}} y$

+: szavazók, akiknél: $x \succ_i y$

az eredmény nem lehet: $y \succ_{\text{Schultze}} x$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	4	2	4	2	2	2	4	12	8	10	6	4	3
1.	u	u	u	u	v	w	w	x	y	z	z	z	u
2.	v	v	y	y	z	x	x	y	w	u	u	y	y
3.	w	z	v	z	u	v	v	w	x	v	v	x	z
4.	x	x	z	v	w	y	z	u	v	w	x	v	w
5.	y	y	w	w	x	z	y	v	z	x	y	w	v
6.	z	w	x	x	y	u	u	z	u	y	w	u	x

Szavazás 1-12:
u a győztes
Szavazás 1-13:
x a győztes

Részvételi kritériumok és Condorcet-konzisztens szavazás

No Show Paradox – nem elmenni szavazni előnyösebb a jelöltünknek, mint rá szavazni.

Twin paradox – ha a győztesre szavazó további szavazó csatlakozik, a győztes jelölt veszít. Pl.

1	2	3	4	5	6	7	a – b, majd a győztes – c páronként
-----							mérkőzés, döntetlen: lexikális sorrend
							c c a a c b b
							b b b b a c c
							a a c c b a a

1...7 szavaz: b győz, és mi van, ha az 1. szavazó nem jön?

2...7 szavaz: c győz, és mi van, ha a c-re szavazó 1-es csatlakozik?

Megerősítés paradoxon: egy jelöltre szavazó két külön szavazóhalmaz együtt már nem ezt a jelöltet válassza.

Young (1974): minden Condorcet-konzisztens szabály megsérti a megerősítés axiómát (azaz előjöhét a paradoxon)

Moulin (1988): ha 4-nél több a jelölt és 25-nél több a szavazó, nincs olyan Condorcet-konzisztens szavazó szabály, amely teljesítene a részvételi kritériumot.

„Egy szavazatú” választási rendszerek – virtuális több fordulós (VT) – Single Transferable Vote (STV)

Szavazás: alternatívák rangsorolása

Értékelés: virtuális több forduló

Győztes: kvóta = minősített többség $\geq (\#szavazó + 1) / 2$

1. Többségi győztes OK.
 2. Nincs többségi győztes. Legkisebb szavazattal rendelkező jelölt eliminálása. A szavazatok átemelése a másodiknak rangsorolt jelöltnek.
- Vissza 1-hez.

Pl. Táblázat 1-12: eliminálás: v, w, y, u, marad x és z, 30 – 30 szavazattal

u/12	v/2	w/6	x/12	y/8	z/20
u/12		w/6	x/12	y/8	z/22
u/12			x/18	y/8	z/22
u/12			x/26		z/22
			x/30		z/30

Táblázat 1-13: eliminálás: v, w, y, u, marad x és z, 30 – 33 szavazattal
(újak z-t preferálták x helyett), OK?

Sérül:

- Condorcet győztes megválasztása (ha van) nincs garantálva
- nem monoton:

Monotonitási kritérium: szavazási rendszernek reaktívnek kell lennie, de „egészséges” módon. Ha valamelyik szavazó meggondolja magát és egy alternatívát jobban értékeli, akkor ez e alternatíva esélyeit kell, hogy segítse, vagy legalább ne rontsa.

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	z	y	y	x	w
2.	x	z	x	y	z
3.	y	x	z	z	x
4.	w	w	w	w	y

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	z	y	y	x	w
2.	x	z	x	y	z
3.	y	x	z	z	x
4.	w	w	w	w	y

1. $w=9$, $x=6$, $y=6$, $z=5$
 2. z eliminált

1''. $x=17$, $w=9$, **x a győztes.**

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	x	y	y	x	w
2.	y	x	x	y	x
3.	w	w	w	w	y

1'. $x=11$, $w=9$, $y=6$
 2'. y eliminált

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	x	x	x	x	w
2.	w	w	w	w	x

De most tegyük előbbre x-t a 3-as csoportnál.

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	z	y	x	x	w
2.	x	z	y	y	z
3.	y	x	z	z	x
4.	w	w	w	w	y

1. $w=9$, $x=8$, $y=4$, $z=5$

2. y eliminált

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	z	z	z	z	w
2.	w	w	w	w	z

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	z	z	x	x	w
2.	x	x	z	z	z
3.	w	w	w	w	x

1'. $x=8$, $w=9$, $z=9$

2'. x eliminált

1''. $w=9$, $z=17$,
z a győztes

Konklúziók

Arrow tétel (1963)

Lehetetlen kidolgozni egy olyan szavazási rendszert, ami azt teljesítené, ami minimális alapvető követelménynek tűnik.

Tegyük fel, hogy egy választási rendszer rendelkezik (látszólag elemi szükséges):

Nemdiktatorikus: a szociális preferencia nem tükrözhet valamelyik egyéni preferenciát, a többi szavazó preferenciájától függetlenül.

Pareto-elv: ha minden szavazó egy alternatívát jobbnak tart másnál, akkor a szociális preferenciának ezt tükröznie kell.

Ha egy választási rendszer nemdiktatorikus és teljesíti a Pareto-elvet, akkor található olyan választói halmaz, ahol a szociális preferencia intranzitív (szavazási ciklus), és/vagy sérül az irreleváns alternatíva függetlensége.

Melyik választási rendszer problémái legkevésbé zavarók az adott közösség gyakorlatában.



Konklúziók

Gibbard–Satterthwaite tétel (1973)

$|A| > 3$: az alábbi feltételek egyike minden szavazási módszerre igaz:

- a szabály diktatórikus (egyetlen szavazó meghatározza a győztest), vagy
- van olyan jelölt, aki a szabályt alkalmazva soha nem győzhet, vagy
- a szabály manipulálható (tactical voting):
bizonyos feltételek mellett egy szavazó, a szabály és mások preferenciái ismeretében, nem a tényleges preferenciái szerint szavazva, befolyásolhatja a szavazás kimenetelét.

stb.

Condorcet hatékonyság

Feltételes valószínűség, hogy a szavazás Condorcet győztest választ, feltéve, hogy létezik. (szavazó ^{jelölt} !)

Borda szavazás maximális Condorcet hatékonyságú.

Condorcet győztes közelítése - Dodgson szabály (1874)

Szavazás, ahol nincs Condorcet győztes

Jelölt, aki **legközelebb** lenne a Condorcet győzteshez:

legkisebb számú változás szavazói preferenciában,
hogy a jelölt Condorcet győztes legyen

John Kemeny (1959)

Szavazás, ahol nincs teljes tranzitív rangsorolás a szavazási eredményhez
Illeszkedő **legközelebbi tranzitív** rangsorolás.

Minden tranzitív rendezés: páronkénti összehasonlítás a szavazati profillal.

Margók összegzése, ahol eltérés tapasztalható.

Min. összegű sorrend a Kemeny Sorrendezés.

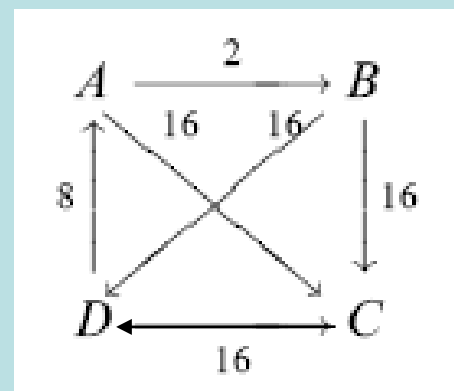
Condorcet győztes közelítése - Dodgson szabály

Number	Ranking
21	$A \succ B \succ C \succ D$ (1)
12	$C \succ D \succ B \succ A$ (2)
5	$D \succ C \succ A \succ B$ (3)
12	$B \succ D \succ A \succ C$ (4)

	Tally	Margin
$A \succ B$	26,24	2
$B \succ C$	33,17	16
$C \succ D$	33,17	16
$D \succ A$	29,21	8
$A \succ C$	33,17	16
$B \succ D$	33,17	16

B a győztes (majdnem Condorcet győztes)

Keményy szabály – tranzitivitás közelítése



$B \succ A \succ C \succ D$

Súly = $2+8 = 10$

$A \succ B \succ C \succ D$

Súly = 8

ez van legközelebb, A a győztes

Minden más sorrend

Súly = ... + 16 = nagyobb

Kooperáció és intelligencia, Dobrowiecki, BME-MIT