

Szavazó ágensek: racionális ágensek egyvéleményű közössége /1

Racionális ágensekből irracionális közösség

preferenciák tranzitivitása: humán racionalitás alapvető aspektusa, helyes világfelfogás kifejezése

Tranzitív $x > y, y > z \Rightarrow x > z$

preferencia $x \succ_i y, y \succ_i z \Rightarrow x \succ_i z$ legalább olyan jó $x \succsim_i y$
indifferens $x I_i y$

alma $\succ_{\text{János}}$ körte, körte $\succ_{\text{János}}$ szilva
 $\Rightarrow$ „elvárt”, hogy alma $\succ_{\text{János}}$ szilva

Egyéni racionális preferencia tranzitív, de a szavazási mechanizmus révén kialakított szociális preferencia **NEM** tranzitív

Ordinális v. kardinális preferencia

mennyire? $x \succ_{\text{János}} y$ 

ordinális csak rangsorolás

kardinális finomabb, precízebb?

világban a szavazási mechanizmusok többsége ordinális

„demokrácia lényege nem a szavazás, hanem a szavazat számlálás módja”

Alap mechanizmus

egy szavazó - egy szavazat

It's not the voting that's democracy, it's the counting.
Tom Stoppard (1937 -), Jumpers (1972) act 1.

Legelterjedtebb

Többségi szavazás (plurality rule) (TB)

az a győztes, akinek legtöbb szavazata van

Minősített többségi szavazás (majority rule) (MT)

az a győztes, akié a szavazatok több, mint a fele

$\{x, y\}$, $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $|\{i \in N : \text{feltétel}\}|$

MT szavazás $(1/n) |\{i \in N : x \succ_i y\}| > 1/2$ -ből következik $x \succ_M y$

csak mellette szavazat számít, aki semleges, az ellene van

TB szavazás $|\{i \in N : x \succ_i y\}| > |\{i \in N : y \succ_i x\}|$ -ből következik $x \succ_P y$

a semleges szavazó nem számít

ha semleges tartózkodik, TB = MT, különben nem

Többségi szavazás kiválósága

(Kenneth) May tétel (1952)

http://en.wikipedia.org/wiki/May%27s_theorem



Ha 2 alternatíva van, a TB egyetlen olyan döntési folyamat, ami az alábbi 3 alapfeltétellel konzisztens:

- **anonimitás**: minden szavazónak egyenlő a súlya
- **semlegesség**: átcímkezés egyéni preferenciákban
= u.a. átcímkezés az eredményben
- (pozitívan reagáló)
 - **erősen monoton**: holtverseny esetén, ha egyetlenegy szavazó x -nek kedvező módon megváltoztatja a preferenciáit, akkor x lesz a győztes
 - **gyengén monoton**: ha x a győztes és egyetlenegy szavazó még inkább jobban felértékeli, akkor x marad a győztes

MT szabály 2 jelölt esetén OK, de tendencia több jelöltre alkalmazni, tipikus kiterjesztés:

- **tiszta többségi szavazás:** győz, akinek legtöbb szavazata van ($< 50\%$)
erős jelöltek egymást kinyírják, gyenge jelölt győzhet,
kisebbség tud diktálni
- **két forduló** (run-off, RO) választás: győztes,
ha minősített többséget kap,
ha nincs, a legjobb kettő egymással szemben
sima többséggel költséges

Pl. legyen: $\{w, x, y, z\}$

TB: w győz 30 szavazattal (kisebbségi jelölt!)
w egyenkénti felmérésben mindenkivel
szemben alulmarad, mégis győz

Kétfordulós: nincs minősített többségi győztes
két legjobb jelölt: w (30), x (26)
második forduló: x (70), w (30), x a győztes

	1cs	2cs	3cs	4cs
	20	24	26	30
1.	z	y	x	w
2.	x	z	y	z
3.	y	x	z	x
4.	w	w	w	y

Akik a z mellett vannak „joggal”
panaszkozhatnak, hogy miért
éppen x, ha a többségnél $z \succ_i x$!?
x miért nyert?

Esetleg: nem őszinte (stratégiai)
szavazás (pl. a 2-ik legjobbra), hogy
a gyenge győztes esélyét csorbítsuk.

Többségi szavazás problémája közismert 1700 körül, francia akadémiai körök



Jean-Charles de **Borda**
súlyozott rendezés

Marie Jean Antoine Nicolas Caritat,
Marquis de **Condorcet**
páronkénti győztes



„A többség látszólagos akarata a tényleges
akarataival merőben ellentétes lehet”

2003 kaliforniai kormányzó választások

- Akarod-e elmozdítani a hivatalából Gray Davis kormányzót?
- ha igen 50% felett, akkor a 150 induló jelöltből TB szavazással kerül ki a győztes.

55,4% ellene (azaz 44,6% burkoltan Davis mellett szavazott)
a győztes tényleges a többség győztese?

Arnold Schwarzenegger 48,6%

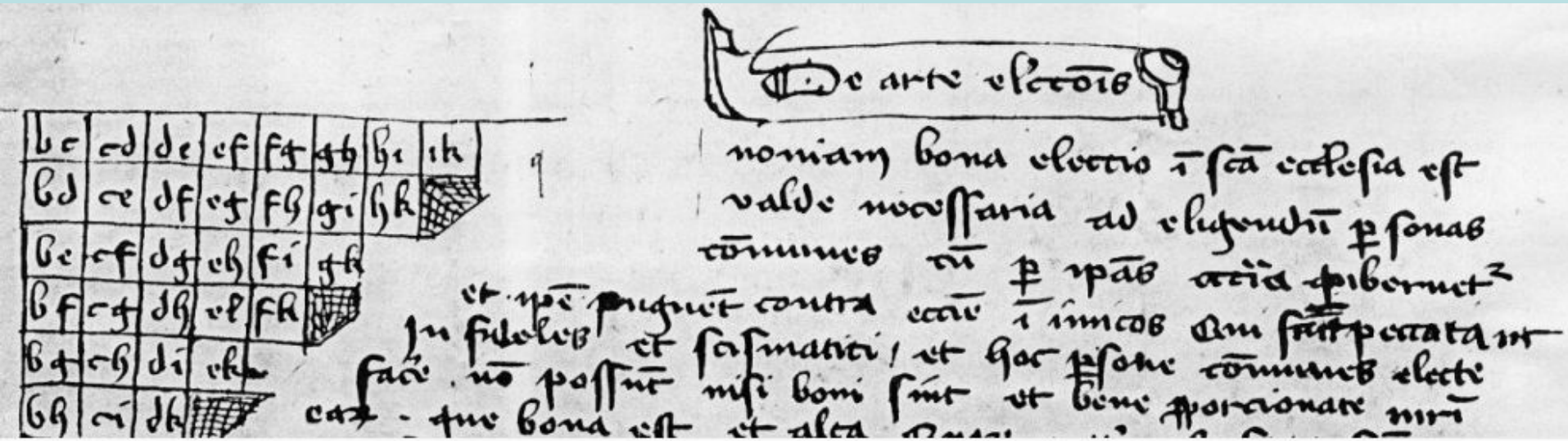
...

Kooperáció és intelligencia, Dobrowiecki, BME-MIT



De arte electionis, blessed Ramon Llull, 1299

Elveszett írásait 2001-ben fedezték fel
 (Ars notandi, Ars electionis, Alia ars electionis)
 Llull ismerte már a Borda-szabályt és a
 Condorcet-kritériumot
 (előfutára a számítási tudományoknak)



Súlyozott rendezett szavazás - Borda szavazás (BC)

- k alternatíva, integer minősítés, mindenki rangsorol, a legrosszabb alternatíva 0, a legjobb (k-1) (semleges = azonos súly)
- alternatívánként összegzés
- eredmény az alternatívák teljes, tranzitív szociális rendezése

		1sz	2sz	3sz	BC
1.	x	2	2	2	6
2.	y	1	1	1	3
3.	z	0	0	0	0

Súlyozott rendezett szavazás - Borda szavazás (BC)

Alapvető probléma „**Győztesből vesztes – paradoxon**”

$$y \succ_{BC} x \succ_{BC} w \succ_{BC} z$$

Tegyük fel, hogy z érvénytelen! Tegyük z-t utolsónak, a rendezés marad!

y és w megméréttetésében z egy irreleváns alternatíva. Sérül a „irreleváns alternatívától való függetlenség” elve. A döntés nem logikus, manipulálható.

	1	2	3	4	5	6	7	BC
w	3	3	0	0	1	1	3	11
x	2	2	3	3	0	0	2	12
y	1	1	2	2	3	3	1	13
z	0	0	1	1	2	2	0	6

	1	2	3	4	5	6	7	BC
w	3	3	1	1	2	2	3	15
x	2	2	3	3	1	1	2	14
y	1	1	2	2	3	3	1	13
z	0	0	0	0	0	0	0	0

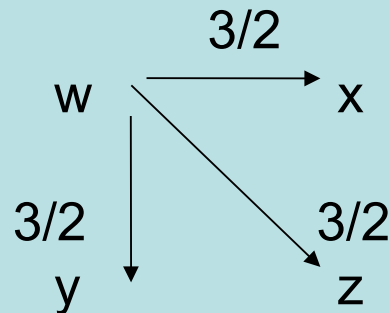
Paradoxon-2

A győztes a vesztesel szemben páronkénti megmérettetésben alulmarad:

$$x \succ_i y \quad 5$$

$$y \succ_i x \quad 2$$

Condorcet győztes: páronként mindenkinél jobb:



w a Condorcet győztes

	1	2	3	4	5	BC
w	3	3	1	1	1	9
x	2	2	0	3	3	10
v	1	0	2	0	2	5
z	0	1	3	2	0	6

Az előbbi példában sérül a Condorcet kritérium
(ha van Condorcet győztes, akkor őt kell megválasztani!)

Borda szavazás érzékeny a manipulálásra a jelöltek kivonásával, vagy hozzáadásával.

Pl. legyen

100 szavazó $60 x \succ_i y$, $40 y \succ_i x$

	1	2	BC
	60	40	
x	1	0	60
y	0	1	40

Lényeg: egy „irreleváns” alternatíva, y-hoz közel
(klónozás, érzékenység a klónozásra)

1a. $x \succ_i y \succ_i z$ n1a

1b. $x \succ_i z \succ_i y$ n1b

2a. $z \succ_i y \succ_i x$ n2a

2b. $y \succ_i z \succ_i x$ n2b

	1a	1b	2a	2b	BC	
	n1a=30	n1b=30	n2a=20	n2b=20		
x	2	2	0	0	120	$2*n1a+2*n1b$
y	1	0	1	2	90	$n1a+n2a+2*n2b$
z	0	1	2	1	90	$n1b+2*n2a+n2b$

De, ha

	1a	1b	2a	2b	BC	
	n1a=50	n1b=10	n2a=5	n2b=35		
x	2	2	0	0	120	$2*n1a+2*n1b$
y	1	0	1	2	125	$n1a+n2a+2*n2b$
z	0	1	2	1	105	$n1b+2*n2a+n2b$

$$n_1a + n_2a + 2 \cdot n_2b \geq 2 \cdot n_1a + 2 \cdot n_1b \quad \dots \quad \text{belőle}$$

$$n_1a + n_2b \geq 80 \quad \text{logika hiánya BC-ben}$$

Borda szabály: $x \succ_{BC} y$ akkor és csak akkor, ha:

$$|\{i \in N : x \succ_i y\}| + |\{i \in N : x \succ_i z\}| > |\{i \in N : y \succ_i x\}| + |\{i \in N : y \succ_i z\}|$$

az irreleváns alternatíva hatása mindig benne van!

Kárdinális preferenciák?

John Nash (1950)

John Harsányi (1955)

tételek, hasznossági alapon, közösség optimuma

Nash módszer:

kardinális minősítések begyűjtése és **összeszorzása!**

Irreleváns alternatívák problémája marad.

	1	2	3				
	22	12	31	TB	RO	BC	<u>Condorcet győztes</u>
1. x	y	z	x = 22	x, z marad	x = 56	x $\succ_i$ y 22/43, x $\succ_i$ z 33/31	
2. y	x	y	y = 12	x $\succ_i$ z 34	y = 77	y $\succ_i$ x 43/22, y $\succ_i$ z 44/31	
3. z	z	x	z = 31	z $\succ_i$ x 31	z = 62	z $\succ_i$ x 31/44, z $\succ_i$ y 31/44	