

Másodfokú, valós együtthetős rezonátor alaptagok (folyt.)

Az 55. ábrán ismét lerajzoltuk a (228)-(229) összefüggések alapján származtatott számítási vázlatot, az ún. **direkt struktúra** szerinti rezonátort azzal a kiegészítéssel, hogy a tárolóelemek tartalmát állapotváltozóknak tekintjük. Ekkor a számítás összefüggései:

$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cos \varphi_m & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2r_m \\ 0 \end{bmatrix} e(n) \quad (230)$$

$$2 \operatorname{Re} \hat{y}_m(n) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_m & -1 \\ \sin \varphi_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}, \quad 2 \operatorname{Im} \hat{y}_m(n) = \begin{bmatrix} \sin \varphi_m & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} \quad (231)$$

Megjegyzés: A számítások konkrét formája nem közömbös, ha fixpontos (jelfeldolgozó) processzorral vagy mikro-vezérlővel valósítjuk meg. Gondot okoz (1) a számítások ún. dinamikartományja, és (2) a véges számábrázolási pontosság. Ez utóbbi – bár a közös, 100%-os negatív visszacsatolás ez ellen dolgozik – rezonátorok esetén akár avval is járhat, hogy megvalósuló pólus az egység sugarú körön kívülre kerül, amivel nulla bemenet esetén is növekvő kimenőjel jár. A dinamikartomány problémáját jó illusztrálja a (230) szerinti állapotátmenet mátrix, mert ha a fixpontos számábrázolást 1-re normáljuk, és feltételezzük például, hogy $\cos \varphi_m \approx 1$, $x_1(n) \approx 0.5$, $x_2(n) \approx -0.5$, akkor azonnal látható, hogy a számábrázolási tartományból jelentősen kilépő eredményt kapunk, miközben az állapotváltozók a számábrázolási tartomány közepén lévő értékek voltak.

Ortogonalis rezonátor:

Hasonlósági transzformációval a (230)-(231) szerinti számítás a dinamikartományt illetően kedvezőbb alakra hozható:

$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_m & -\sin \varphi_m \\ \sin \varphi_m & \cos \varphi_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2r_m \cos \varphi_m \\ 2r_m \sin \varphi_m \end{bmatrix} e(n) \quad (232)$$

$$2 \operatorname{Re} \hat{y}_m(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}, \quad 2 \operatorname{Im} \hat{y}_m(n) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}. \quad (233)$$

Ezt a számítási módot az 56. ábra illusztrálja. Azt, hogy ez megfelel a (228)-(229) összefüggéseknek célszerűen úgy ellenőrizhetjük, hogy (232) z-transzformáltját képezzük:

$$\begin{bmatrix} zx_1(z) \\ zx_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_m & -\sin \varphi_m \\ \sin \varphi_m & \cos \varphi_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(z) \\ x_2(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2r_m \cos \varphi_m \\ 2r_m \sin \varphi_m \end{bmatrix} e(z), \quad (234)$$

majd először $x_2(z)$, utóbb $x_1(z)$ eliminálásával képezve származtatjuk az $\frac{x_1(z)}{e(z)}$ és $\frac{x_2(z)}{e(z)}$

átviteli függvényeket. A (232) összefüggés alapján jól látszik, hogy az állapotváltozó vektorokat az állapotátmenet mátrix csak elforgatja, végpontjuk mértani helye kör. A (233) összefüggés alapján pedig az látszik, hogy a valós-rész és a képzetes-rész kimeneteket maguk az állapotváltozók adják.

Megjegyzések:

1. A struktúra egyértelmű előnye a kedvező viselkedés a dinamikartomány szempontjából. Hátránya, hogy a rezonátor pólus pozíció origótól való távolságát – a (234) összefüggés vizsgálatával belátható módon a $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$ összefüggés felhasználásával állítja be, ami a valóságban, a véges számábrázolási pontosság következtében $\left[\sin^2 \varphi \right]_q + \left[\cos^2 \varphi \right]_q \cong 1$

formában valósul meg. Itt $[\dots]_0$ a kvantálás műveletét szimbolizálja. További hátrány, hogy a (nem-elfajuló) szorzótényezők száma nagyobb, mint a direkt struktúra esetében.

2. A dinamikartomány probléma egy másik vonatkozása, hogy milyen következménnyel jár a túlsordulás fixpontos aritmetika esetén. A hatás mindenképpen nemlineáris, de nem mindegy, hogy ennek következtében a rezonátor belső energiája nő vagy csökken. Az 57. ábra azt illusztrálja, hogy milyen trajektóriát jár be az állapotváltozó vektor végpontja a direkt struktúrájú rezonátor, de lebegőpontos aritmetika esetén (lásd (230) összefüggés). Ha áttérünk fixpontos ábrázolásra, akkor ez a ferde ellipszis metszi a számábrázolási tartomány, ahol erre reagálni kell. Szokásos megoldások a következők:

- kettes komplement érték érvényesítése,
- a maximális érték helyettesítése,
- nulla helyettesítése.

Mindhárom stratégia esetén előfordulhat, hogy a ferde ellipszisen kívüli pontba kerülünk, ami nagyobb belső energiájú jelszintet eredményez. (Gondoljunk arra, hogy nulla bemenet esetén az oszcillátor a belső energiájának/kezdeti értékének megfelelően produkál kimenőjelet.) Ugyanez nem alakul ki az ortogonális rezonátor esetében (lásd 58. ábra), mert a túlsordulás után alkalmazott stratégiák mindegyike kisebb energiájú pontba viszi a rezonátort.

3. A dinamika-tartomány, a szorzás-szám és túlsordulás esetén mutatott tulajdonságok együttes kompromisszuma az ún. hullámdigitális rezonátor (59. ábra), amelynél a dinamika viszonyok alakulását fekvő, ill. álló ellipszisek jellemzik, így a túlsordulás esetén mindig alacsonyabb energiájú pontba kerülünk (lásd 60. ábra). A számítási összefüggések állapotváltozós formája

$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_m & \cos \varphi_m - 1 \\ \cos \varphi_m + 1 & \cos \varphi_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_m \\ r_m \end{bmatrix} e(n) \quad (235)$$

$$2 \operatorname{Re} \hat{y}_m(n) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_m + 1 & \cos \varphi_m - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}, \quad 2 \operatorname{Im} \hat{y}_m(n) = \begin{bmatrix} \sin \varphi_m & \sin \varphi_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}, \quad (236)$$

ahol az összefüggések helyessége a fentiekhez hasonlóan bizonyítható.

Ortogonalis struktúrák általában:

A fentiekben vizsgált rezonátorok „veszteségmentesek”, azaz elvileg – ideális esetben – nulla bemeneti jel esetén képesek állandó amplitúdójú jelet generálni. Viselkedésük azonban eltérő nemlineáris hatások fellépésekor. Láttuk, hogy ortogonális állapotátmenet mátrix esetén az állapotváltozók hogyan alakulnak.

Az ún. ortogonális struktúrák esetén belátható, hogy az ún. abszolút-érték csonkítás stratégiája esetén, azaz amikor a kiszámított értéket úgy kvantáljuk, hogy abszolút értékét vesszük és a kapott számot „lefelé” kerekítjük, akkor a számítások kisebb energiájú értékek felé visznek, így a számítások – nemlineáris hatások eredményeként – nem vezetnek oszcillációhoz, a belső energia felemészthető. Az ortogonális struktúrákat azzal definiáljuk, hogy az

$$\begin{bmatrix} x(n+1) \\ y(n) \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x(n) \\ u(n) \end{bmatrix} \quad (237)$$

formájú rendszerleírásban, ahol most $y(n)$ és $u(n)$ jelölje a skalár kimenet és a skalár kimenet diszkrét időfüggvényét, $x(n)$ pedig állapotvektorát: a $T^T T = I$, azaz $T^T = T^{-1}$, azaz T

ortogonális mátrix, hiszen oszlopai egymásra merőleges vektorok. Ha képezzük (237) mindkét oldalának önmagával vett skalár-szorzatát

$$\begin{bmatrix} x^T(n+1) & y(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(n+1) \\ y(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^T(n) & u(n) \end{bmatrix} T^T T \begin{bmatrix} x(n+1) \\ u(n) \end{bmatrix}, \quad (238)$$

amit kifejtve

$$\sum_{k=0}^{N-1} x_k^2(n+1) + y^2(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k^2(n) + u^2(n). \quad (239)$$

Ebben az esetben, ha feltételezzük, hogy a bemenet nulla, azaz $u(n)=0$, akkor (239)

$$\sum_{k=0}^{N-1} x_k^2(n+1) - \sum_{k=0}^{N-1} x_k^2(n) = -y^2(n) \quad (240)$$

alakban írható, amelynek értelmében, ha van nem nulla kimenőjel, akkor az állapotváltozók által hordozott belső energiának csökkennie kell. Ezt a tulajdonságot kiegészítve az abszolút-érték csonkítás stratégiájával garantálható, hogy a paraméterektől egyébként függetlenül a magára hagyott rendszer belső energiáját disszipálni fogja, ún. határciklus oszcillációk nem alakulnak ki.

1. Megjegyzés:

Ha a (226) összefüggésben az egyenlőség teljesül, akkor a rezonátoros struktúra, amit RDFT, és tetszőleges FIR és IIR szűrő realizálására használhatunk, teljesíti az ortogonalitás feltételét, ha az állapotváltozó „becsatolás” és a „kicsatolás” vektora:

$$G^T = [z_0\sqrt{r_0} \quad z_1\sqrt{r_1} \quad \dots \quad z_{N-1}\sqrt{r_{N-1}}], \quad C = [\sqrt{r_0} \quad \sqrt{r_1} \quad \dots \quad \sqrt{r_{N-1}}]. \quad (241)$$

Figyeljük meg, hogy az eddig használt

$$G^T = [z_0r_0 \quad z_1r_1 \quad \dots \quad z_{N-1}r_{N-1}], \quad C = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1] \quad (242)$$

csak annyiban különbözik, hogy az egyes rezonátorokon belüli számítások „jelszintjét” másképpen állítjuk be.

A határciklus oszcillációk elkerülésére az abszolút-érték csonkítást az állapotváltozó értékek „tárolását” megelőzően kell elvégezni.

2. Megjegyzés: Az LMS eljárás (lásd 5. előadás (114)) lerajzolható (lásd 69. ábra) ugyanolyan formában, mint a rekurzív jelreprezentáció (lásd 8. előadás, 45. ábra). A (114) komplex regressziós vektor esetén:

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu X^*(n)e(n),$$

azaz a bázisvektor az $X(n)$ vektornak, a reciprok bázis vektor pedig az $2\mu X^*(n)$ vektornak, azaz a komplex konjugált konstans szorosának felel meg. Ha $X(n)$ a harmonikus komplex exponenciálisokat tartalmazza, és $2\mu = \frac{1}{N}$, akkor az LMS eljárás éppen a rekurzív DFT-t írja le.

3. Megjegyzés: A 70. ábra a lineáris kombinátorral megvalósított FIR szűrőt, ill. transzponált változatát mutatja. Ez utóbbi a nyílirányok megfordításával állítható elő. (A transzponált struktúra kedvezőbb lehet, ha a két-bemenetű összeadókat párhuzamosan akarjuk megvalósítani sebességi megfontolások alapján.) Ugyanez a transzponálási művelet a rezonátoros struktúra esetén szimmetrikus felépítésű “generátor-analizátor” párt eredményez, ezzel az analizátor struktúra kedvező (másodlagos) tulajdonságai a jelgenerátorra is

érvényesíthető. (Lásd 71. ábra). A „jelgenerátor” használható párhuzamos-soros átalakítóként, amikor elegendő a bemeneti csatornákra csak minden N -edik lépésben nullától különböző bemeneti értékeket juttatni, mivel azok erre N hosszúságú választ képesek generálni.

Ortogonalis transzformáció adatredukciós céllal:

Főkomponens analízis/Karhunen-Loève transzformáció

Az eddigi jelöléseket alkalmazzuk. A reprezentálandó jel mintáit az y a reprezentáló értékeket pedig az x vektorba rendezzük. Célunk az utóbbi dimenziójának csökkentése átlagos négyzetes kritérium szerint optimálisan. Ehhez egy ortogonalis bázis-reciprok bázis rendszert keresünk a jelhez:

$$x = Ty, \quad T^T = [\varphi_0 \quad \varphi_1 \quad \dots \quad \varphi_{N-1}], \quad \varphi_i^T \varphi_j = \delta_{ij} \quad (243)$$

Az y reprezentációja a teljes, ill. a redukált rendszerben:

$$y = T^T x = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \varphi_i, \quad \hat{y} = \sum_{i=0}^{M-1} x_i \varphi_i + \sum_{i=M}^{N-1} b_i \varphi_i \quad (244)$$

Látható, hogy $M < N$ számú együtthatóval akarjuk reprezentálni a jelet, a maradék $N-M$ bázisvektor súlytényezőjét pedig hibaminimalizálással határozzuk meg. A közelítés hibája:

$$\Delta y = y - \hat{y} = \sum_{i=M}^{N-1} (x_i - b_i) \varphi_i \quad (245)$$

Az átlagos négyzetes hiba:

$$\varepsilon = E\{|\Delta y|^2\} = E\{(\Delta y)^T \Delta y\} = \sum_{i=M}^{N-1} E\{(x_i - b_i)^2\}. \quad (246)$$

Első lépésben keressük a minimális hibát okozó b_i tényezőket. A (246) összefüggés deriválásával $b_i = E\{x_i\}$, $i = M, M+1, \dots, N-1$. Mivel $x_i = \varphi_i^T y$, ezért

$$b_i = \varphi_i^T E\{y\} = \varphi_i^T \bar{y}, \quad (247)$$

amit behelyettesítve a (246) összefüggésbe:

$$\varepsilon = \sum_{i=M}^{N-1} \varphi_i^T E\{(y - \bar{y})(y - \bar{y})^T\} \varphi_i = \sum_{i=M}^{N-1} \varphi_i^T C_{yy} \varphi_i, \quad (247)$$

ahol C_{yy} a reprezentálandó jel kovariancia mátrixa.

Második lépésként keressük azt a φ_i , $i = 0, 1, \dots, N-1$ bázisrendszert, amelyre $\varphi_i^T \varphi_i = 1$, és a hibát minimalizálja. Ehhez a feltételes szélsőérték kereséshez a Lagrange multiplikatós módszert alkalmazzuk:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon - \sum_{i=M}^{N-1} \beta_i [\varphi_i^T \varphi_i - 1] = \sum_{i=M}^{N-1} [\varphi_i^T C_{yy} \varphi_i - \beta_i [\varphi_i^T \varphi_i - 1]] \quad (249)$$

β_i , $i = M, M+1, \dots, N-1$, a Lagrange multiplikatör. Ezek után deriválunk φ_i szerint:

$$\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \varphi_i} = 2C_{yy} \varphi_i - 2\beta_i \varphi_i. \quad (250)$$

A (250) összefüggés egyenlő nulla feltételből:

$$C_{yy}\varphi_i = \beta_i\varphi, \quad (251)$$

azaz a Lagrange multiplikátorok az y kovariancia mátrixának alkalmas sajátértékei. Ezt visszahelyettesítve a (248) kifejezésbe:

$$\varepsilon_{\min} = \sum_{i=M}^{N-1} \beta_i, \quad (252)$$

azaz az átlagos négyzetes értelemben legkisebb közelítési hiba eléréséhez bázisvektorokként az y kovariancia mátrixának sajátvektorai közül azt a M darabot kell kiválasztani, amelyhez az M legnagyobb sajátérték tartozik. (Ezek az ún. főkomponensek.) A (252) összefüggés szerint ugyanis a közelítés átlagos négyzetes hibáját a legkisebb $M-N$ darab sajátérték összege adja. (Korábban már láttuk, hogy a kovariancia mátrix tulajdonsága, hogy sajátértékei pozitív számok.)

Megjegyzés: Ugyancsak korábban tárgyaltak felhasználásával:

$$C_{xx} = TC_{yy}T^{-1} = TC_{yy}T^T = \text{diag} < \beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_{N-1} > \quad (253)$$

8. A nemlineáris jelfeldolgozás alapjai

Jellemzés: (1) A szuperpozíció hiánya; (2) Az általános elmélet hiánya.

Próbálkozások: (1) speciális bemenőjelek, (2) speciális struktúrák, (3) sorfejtések alkalmazása, (4) nemlineáris szűrők.

Az első három esetben sok vonatkozás a lineáris elméletből.

8.1. Speciális bemenőjelek: szinuszos bemenőjel, leíró függvény módszer: a kimenőjel Fourier komponenseire szinuszos analízis. Hagyományosan így kezeljük a klasszikus nemlineáris áramköröket, mint az egyenirányítókat, oszcillátorokat, tápegységeket. (Lásd 61. ábra.)

8.2. Speciális struktúrák: a dinamikus rész lineáris, és kiegészül statikus nemlinearitásokkal. A lineáris rész kezelhető frekvenciatartománybeli módszerekkel, a nemlineáris marad az időtartományban. Periodikus bemenet esetén iteratív megoldás (pl. harmonic balance technique.) Példaként lásd az 62. ábrán az ún. Narendra-féle struktúrákat.

Homomorf jelfeldolgozás: a szuperpozíció általánosítása. A szuperpozíció az alábbi tulajdonság:

$$T[x_1(n) + x_2(n)] = T[x_1(n)] + T[x_2(n)] \quad (254)$$

$$T[cx_1(n)] = cT[x_1(n)], \quad (255)$$

ahol T egy rendszer transzformáció.

Általánosítás:

- \oplus jelöli a „+” műveletet a bemeneten,
- \circ jelöli a „+” műveletet a kimeneten,
- $:$ jelöli a „c”-vel való szorzást a bemeneten,
- \neg jelöli a „c”-vel való szorzást a kimeneten.

$$H[x_1(n) \oplus x_2(n)] = H[x_1(n)] \circ H[x_2(n)] \quad (256)$$

$$H[c : x_1(n)] = c \neg H[x_1(n)], \quad (257)$$

ahol H egy rendszer transzformáció.

Példa: multiplikatív homomorf rendszerek: $\oplus \rightarrow$ szorzás, $:\rightarrow$ hatványozás.

$$x(n) = [x_1(n)]^\alpha [x_2(n)]^\beta \quad (258)$$

1. $\hat{x}(n) = \log[x(n)] = \alpha \log[x_1(n)] + \beta \log[x_2(n)] = \log|x(n)| + j \arg[x(n)]$
2. feldolgozás lineáris hálózattal: $\hat{x}(n) \rightarrow \hat{y}(n)$
3. $y(n) = e^{\hat{y}(n)} = e^{|\hat{y}(n)|} e^{j \arg \hat{y}(n)}$

Lásd 63. ábra. Multiplikatív jellegű zavarok elnyomására jól használható.

8.3. Sorfejtések alkalmazása

- munkaponti linearizálás: „kicsiben” minden lineáris.
- nemlineáris állapotegyenlet

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi[x(k), u(k), k] && \text{állapotegyenlet,} \\ y(k) &= \Psi[x(k), k] && \text{megfigyelési egyenlet} \end{aligned}$$

Az állapotegyenletet az $x = x_0$ és $u = u_0$ pontban “linearizálva” (Taylor sorba fejtve) a következő alakot kapjuk:

$$\Delta x(k+1) = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x_0, u_0, k} \Delta x(k) + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial u} \right|_{x_0, u_0, k} \Delta u(k) = A(k) \Delta x(k) + B(k) \Delta u(k) \quad (259)$$

$$\Delta y(k) = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|_{x_0, k} \Delta x(k) = C(k) \Delta x(k) \quad (260)$$

Ezzel egy kis környezetben lineáris egyenletrendszerre visszavezetve oldjuk meg a problémát. A következő lépésben “kicsit” továbblépve újból linearizálunk, és így haladunk tovább. Fogalmazhatunk úgy, hogy szakaszonként linearizálunk.

- Volterra sorok alkalmazása: A konvolúciós integrál általánosítása. Egyváltozós esetben a rendszer leírása:

$$y(t) = F[u(\tau); t_0 \leq \tau \leq t] + y(t_0) \quad (261)$$

F egy funkcionál (függvény függvénye), amelyet funkcionálok sorozatával közelítünk:

$$\begin{aligned} F_0 &= h_0(t) \\ F_1 &= h_0(t) + \int_{t_0}^t h_1(t, \tau_1) u(\tau_1) d\tau_1 \\ F_2 &= h_0(t) + \int_{t_0}^t h_1(t, \tau_1) u(\tau_1) d\tau_1 + \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau_1} h_2(t, \tau_1, \tau_2) u(\tau_1) u(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &\vdots \\ F_N &= h_0(t) + \sum_{k=1}^N \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau_1} \cdots \int_{t_0}^{\tau_{k-1}} h_k(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) u(\tau_1) u(\tau_2) \dots u(\tau_k) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_k \end{aligned}$$

Ezek felhasználásával: $F[u(\tau); t_0 \leq \tau \leq t] = \lim_{k \rightarrow \infty} F_k$, és ebből a Volterra-sor (funkcionál

hatványsor):

$$y(t) = h_0(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau_1} \cdots \int_{t_0}^{\tau_{k-1}} h_k(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) u(\tau_1) u(\tau_2) \dots u(\tau_k) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_k + y(t_0) \quad (262)$$

Lineáris rendszermodell esetén:

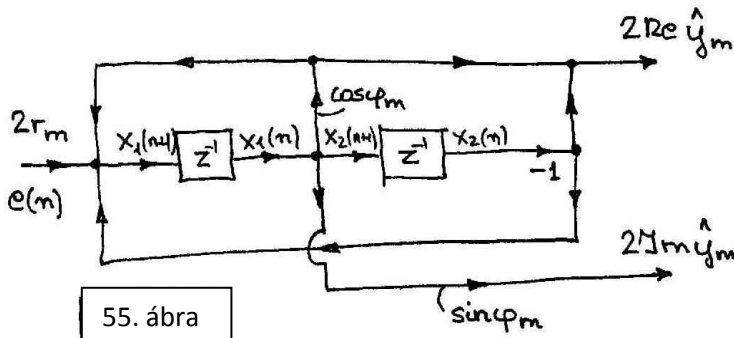
$$y(t) = h_0(t) + \int_{t_0}^t h_1(t, \tau_1)u(\tau_1)d\tau + y(t_0) \quad (263)$$

Ha a rendszernek nincsen dinamikus eleme, azaz a rendszer egy statikus nemlinearitást valósít meg, akkor a vázolt módszer közöséges hatványsorra vezet: $h_0(t) = c_0$, $h_1(\tau) = c_1\delta(\tau)$, $h_2(\tau_1, \tau_2) = c_2\delta(\tau_1)\delta(\tau_2), \dots$, amivel (c_0, c_1, c_2, \dots) , alkalmas konstansok):

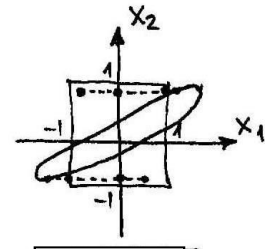
$$y(t) = c_0 + c_1u(t) + c_2u^2(t) + \dots \quad (263)$$

Megjegyzés:

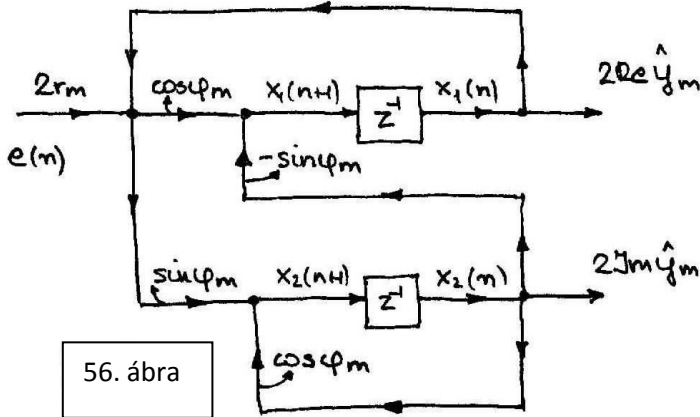
A fenti megfontolások időben diszkrét esetben is használhatók. Ha a nemlinearitás polinom révén valósul meg, akkor ún. polinomiális szűrőkről beszélünk. Egy másodfokú polinomiális szűrő blokkvázlatát mutatja a 64. ábra. Itt $x(n)$ és korábbi mintái mellett ezen minták négyzete és szorzataik is részt vesznek a kimenet meghatározásában lineáris kombináció segítségével. Az ilyen rendszereknél az adaptivitást/tanulást az eddigiek szerinti iteratív eljárások felhasználásával is megkísérelhetjük. (Lásd adaptív lineáris kombinátor.)



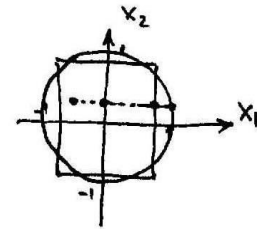
55. ábra



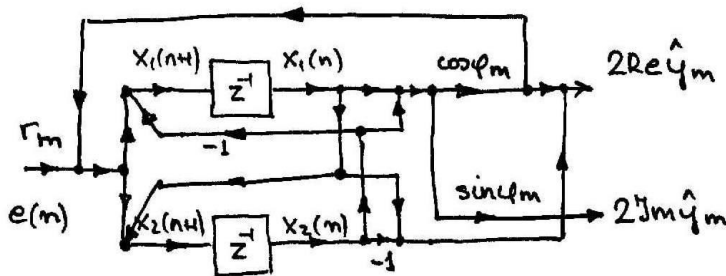
57. ábra



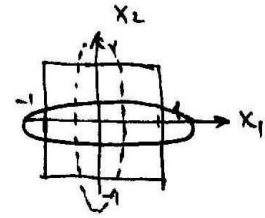
56. ábra



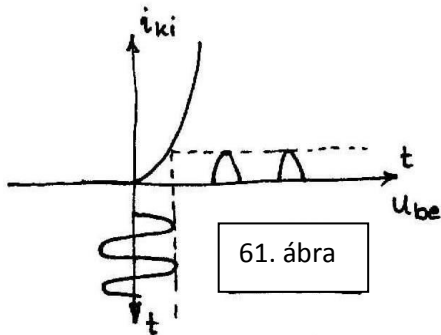
58. ábra



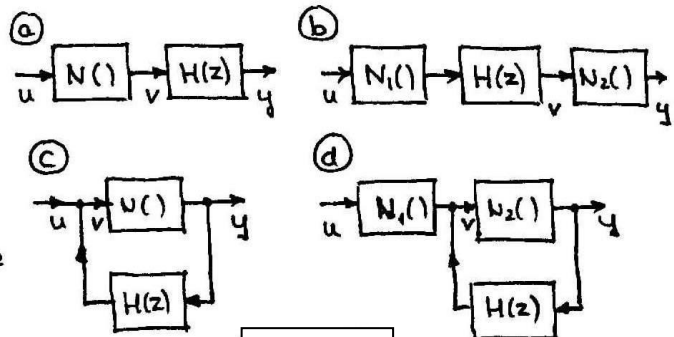
59. ábra



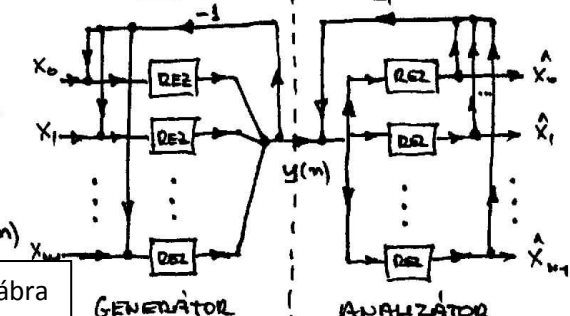
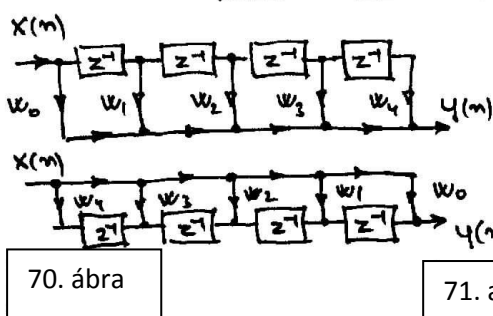
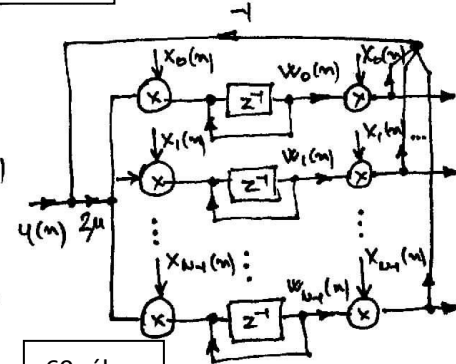
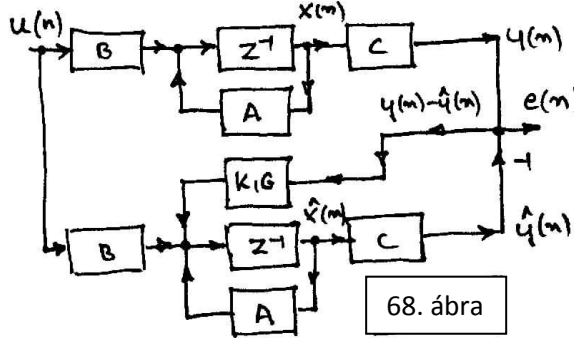
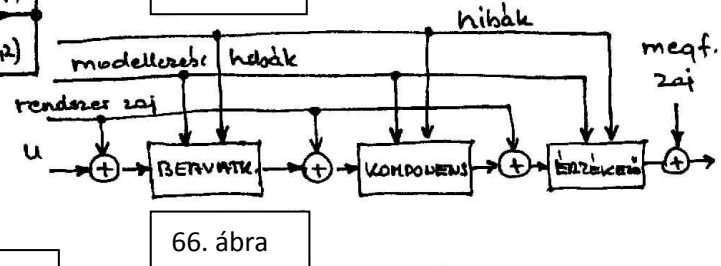
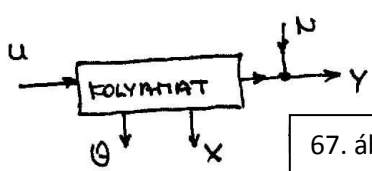
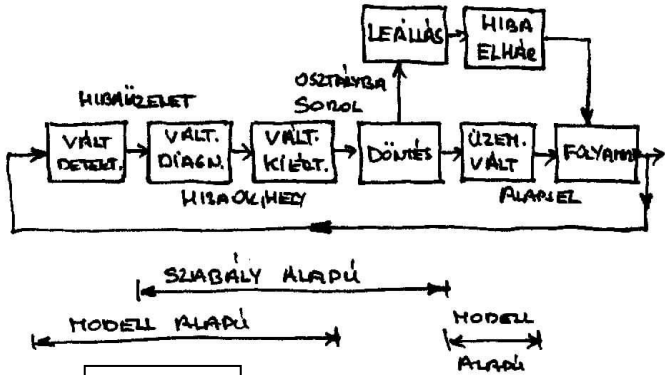
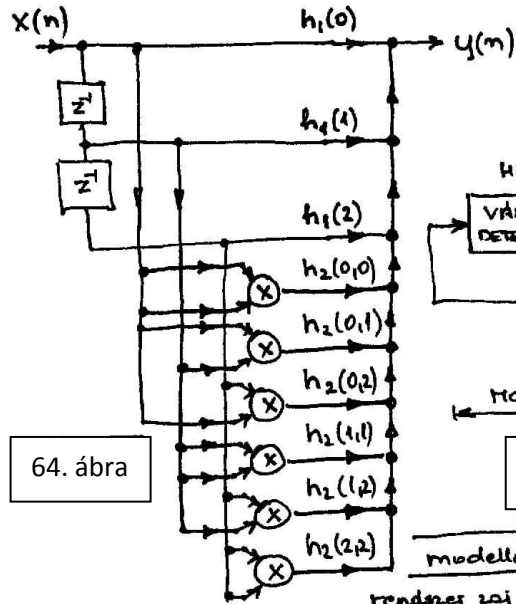
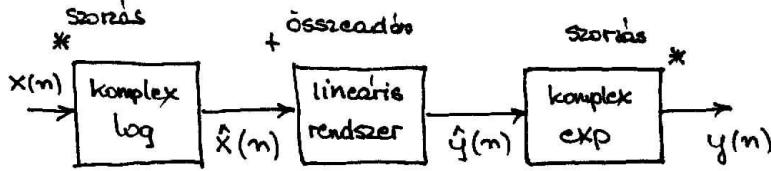
60. ábra



61. ábra



62. ábra



Megjegyzés: a 65-68. ábrák a 13. előadás anyagához tartoznak.