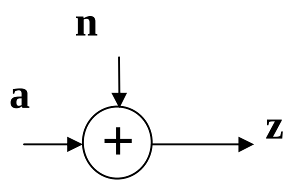
Szenzorfúziós algoritmusok vizsgálata

Felkészülés

A mérés során a szenzorfúziós algoritmusokkal, ezen belül az egyszerű Kálmán-szűrő alapú szenzorfúzió vizsgálatával foglalkozunk.. A mérésre fel kell készülni. És a mérésre hozni kell az elkészített házi feladatot (lásd később)!

A Kálmán szűrő alapgondolatáról, a szenzorfúzióra való egyszerű használatáról az alábbiakban olvasható egy vázlatos leírás.

A zajos mérés bizonytalansága (ismétlés):
A zajos mérés alaptulajdonságait legegyszerűbb úgy demonstrálnunk, mintha egy konstans – ismeretlen – értéket mérnénk, becsülnénk, amelyet egy additív zaj terhel. Tehát az **a** vektor elemeit becsüljük, de csak a **z**=**a**+**n** megfigyeléshez férünk hozzá, ahol **n** a megfigyelési zaj. A zaj várható értékét (átlagát) legtöbbször nullának vehetjük, ekkor mérésünk hibáját, bizonytalanságát a zaj négyzetes értékének átlagával (várható értékével) jellemezhetjük.



$$E\left\{\mathbf{n}\right\} = E\left\{\begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ \cdots \\ n_K \end{matrix}\right\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

$$E\left\{(\mathbf{z}-\mathbf{a})\cdot(\mathbf{z}-\mathbf{a})^T\right\} = E\left\{\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}^T\right\} = E\left\{\begin{bmatrix} n_1^2 & n_1 n_2 & \cdots & \\ n_1 n_2 & n_2^2 & & \\ \cdots & & \cdots & \\ & & & n_K^2 \end{bmatrix}\right\}$$

Itt $E\left\{n\cdot n^T\right\}$ a zaj úgynevezett kovariancia mátrixa, amely a zaj komponensek négyzetes várható értékét, és a zajkomponensek közti összefüggést jellemzi. Ű
Amennyiben egy skalár konstans zajos mérését végezzük, akkor ennek közelítése az átlagos négyzetes hiba (a várható értéket szinte mindig átlaggal közelítjük).

A Kálmán szűrés alapjainak vázlatos áttekintése
A diszkrét idejű Kálmán-szűrő alapgondolatát vázlatosan, csak a laborméréshez szükséges mértékben tárgyaljuk. Tegyük fel, hogy van egy lineáris rendszerünk, amelynek ismerjük az állapotátmenet leírását:

$$\mathbf{x}(k)=\mathbf{F}\cdot\mathbf{x}(k-1)+\mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(k)+\mathbf{v}(k)$$

Itt k a (diszkrét) idő, $\mathbf{x}(k)$ az állapotváltozó vektor a k. időpontban, $\mathbf{F}$ az állapotátmenet mátrix, $\mathbf{u}(k)$ a bemenetekből képzett vektor, $\mathbf{B}$ a bemenetet becsatoló mátrix, $\mathbf{v}(k)$ pedig egy nulla várhatóértékű zaj. A rendszer egyenletben szereplő zaj részben azt a tényleges bizonytalanságot modellezi, hogy egy adott k1 időpontbeli állapotból nem határozható meg biztosan a következő (k. időpontbeli) állapot, részben azt, hogy a rendszerről való ismeretünk sem tökéletes. (Megjegyezzük, hogy az $\mathbf{F}$ és $\mathbf{B}$ is változhatna az idővel, tehát lehetne $\mathbf{F}(k)$ és $\mathbf{B}(k)$,az algoritmus ekkor is használható.)

További problémát okoz, hogy nem tudjuk közvetlenül mérni az $\mathbf{x}(k)$ állapotváltozó vektort, hanem csak közvetetten a $\mathbf{z}(k)$ vektorba összefogott változókat, és ezeket is csak egy $\mathbf{w}$ megfigyelési zajjal terhelten. A megfigyelést leíró egyenlet:

$$\mathbf{z}(k)=\mathbf{H}\cdot\mathbf{x}(k)+\mathbf{w}(k)$$

Feltételezésünk szerint mind a rendszer, mind a megfigyelési zaj nulla várható értékű, és az egyes időpontokban fellépő zajok korrelálatlanok:

$$E\left\{\mathbf{v}(k)\right\}=E\left\{\mathbf{w}(k)\right\}=\mathbf{0}\quad\forall k;$$

$$\mathrm{E}\left\{\mathbf{v}^T(i)\mathbf{v}(j)\right\}=\delta_{ij}\mathbf{Q}(\mathrm{i})\quad;\qquad\mathrm{E}\left\{\mathbf{w}^T(i)\mathbf{w}(j)\right\}=\delta_{ij}\mathrm{R}(\mathrm{i})$$

Itt δ_{ij} az úgynevezett Kronecker szimbólum, amelynek értéke csak $i=j$ esetben 1, különben 0, $\mathbf{Q}(i)$ és $\mathbf{R}(i)$ pedig rendre a két zaj kovariancia mátrixa az i-dik időpillanatban.

A Kálmán szűrő algoritmus arra szolgál, hogy a $\mathbf{z}(k)$ megfigyelések alapján – négyzetes értelemben – optimális becslést adjon az $\mathbf{x}(k)$ ismeretlen, keresett állapotváltozó vektorra. A Kálmán szűrő egy rekurzív algoritmus, amelyik becsli az ismeretlen, keresett változót és annak bizonytalanságát is. A bizonytalanságot – a zajos környezetben végzett méréseknél, becsléseknél megszokott módon – a becslő varianciájával jellemezzük.

Jelöljük az első k-1 időpontbeli mérésünkre alapozott – de a k-dik időpontra vonatkozó – becslést $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$-el (egylépéses predikció). Mint említettük az algoritmus ennek bizonytalanságát (a kovarianciamátrixot) is becsli, ennek a kovarianciamátrix becslésnek a jele legyen: $\hat{\mathbf{K}}(k|k-1)$. Ha ezeket kiszámítottuk, tehát az első k-1 mérés alapján megbecsültük a k-dik időpontbeli változóértéket és annak bizonytalanságát, akkor elvégezzük a k-dik időpontbeli mérést, ezek után rendelkezésünkre áll $\mathbf{z}(k)$. Összevetjük az egylépéses jóslással kapott értékünket az új, mért értékkel, és ennek megfelelően módosítjuk a becslést: $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ -t kapjuk, ez a k-dik időpontra vonatkozó becslés, az első k időpontbeli mérés alapján.

Az algoritmus lépései ennek megfelelően (feltételezve, hogy a zajok jellemzői állandóak időben, tehát $\mathbf{Q}(i)$= $\mathbf{Q}$ és $\mathbf{R}(i)$= $\mathbf{R}$, függetlenek i-től):

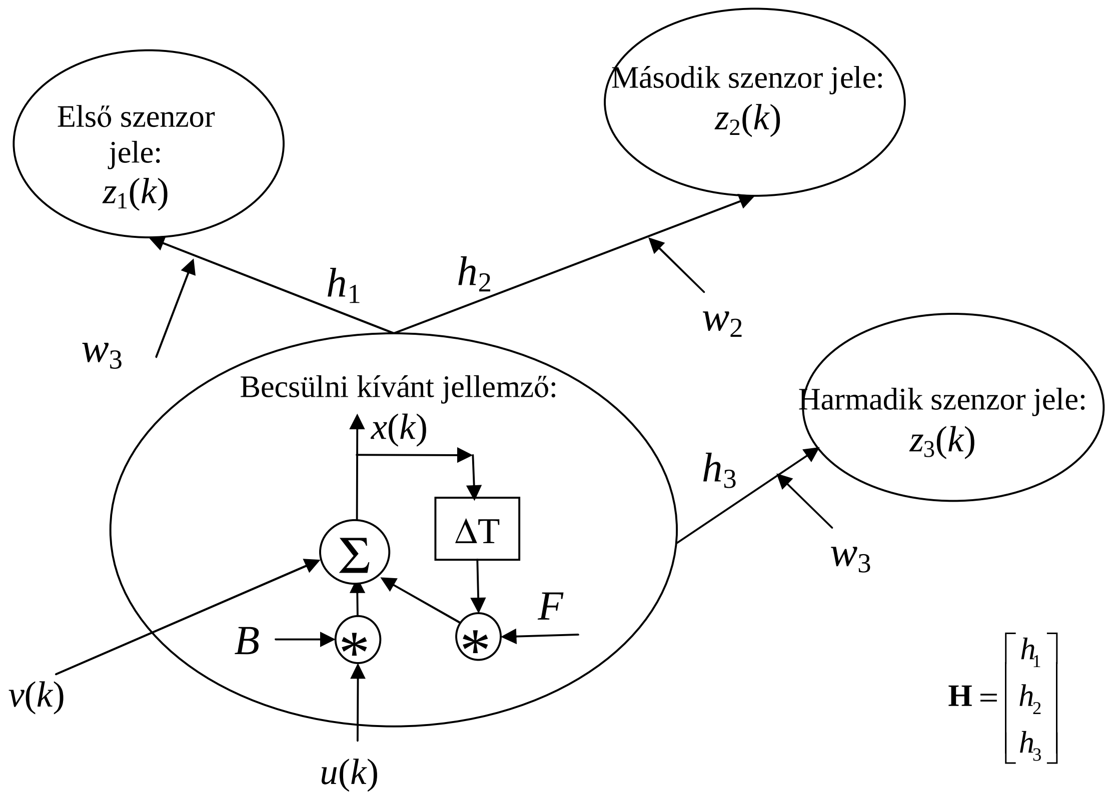
1. $\hat{\mathbf{x}}(1|1)$; $\hat{\mathbf{K}}(1|1)$ kezdőértékek felvétele (inicializálás), k=2.
2. $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)=\mathbf{F}\cdot\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)+\mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(k)$ A k-dik jósolt becslés előállítása a k-1-dik becslésből.
3. $\hat{\mathbf{K}}(k|k-1)=\mathbf{F}\cdot\hat{\mathbf{K}}(k-1|k-1)\cdot\mathbf{F}^T+\mathbf{Q}$ A k-dik jósolt becslés becsült varianciája.
4. $\mathbf{G}(k)=\hat{\mathbf{K}}(k|k-1)\cdot\mathbf{H}^T\cdot(\mathbf{H}\cdot\hat{\mathbf{K}}(k|k-1)\cdot\mathbf{H}^T+\mathbf{R})^{-1}$ Az ún. Kálmán erősítés.

5. $\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{G}^T(k) \cdot (\mathbf{z}(k) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}(k|k-1))$ A predikció alapján várható megfigyelést hasonlítjuk össze a tényleges megfigyeléssel, innen nyerjük az új becslést. A Kálmán erősítés határozza meg, hogy mennyire korrigálunk a várható megfigyelés $\mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}(k|k-1))$ és a tényleges megfigyelés ($\mathbf{z}(k)$) eltérésével.
6. $\hat{\mathbf{K}}(k|k) = (1 - \mathbf{G}(k)^T \cdot \mathbf{H}) \cdot \hat{\mathbf{K}}(k|k-1)$ Az új becslés várható varianciája.
7. $k \leftarrow k+1$ GOTO 2

Az 2. és 5. lépésben felhasználtuk a rendszerről gyűjtött ismereteinket: lényegében a rendszert és a megfigyelést leíró egyenleteket használtuk a becsült értékekre, természetesen az ismeretlen zajok nélkül.

Hogyan használhatjuk fel a Kálmán szűrést szenzorfúzióra?

Többféleképpen felhasználhatjuk, a legegyszerűbbet fogjuk bemutatni és megvizsgálni a labormérés során. Amennyiben egy jellemzőt akarunk becsülni több (pl. 3) szenzor jeléből, akkor a következő rendszerrel állunk szemben (a zajokat nem tüntettük fel):



Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a megfigyelési mátrix (jelen esetben vektor) minden eleme 1, a megfigyelni kívánt változó közel állandó (F=1), és nincs bemenet ($u(k)$=0 ; k=1,2,3,.., tehát B=0-val számolhatunk).

Ez esetben a jelet a (jelenleg 3) megfigyelésekből becslő rekurzív algoritmus:

1.

$\hat{x}(k|k-1) = F \cdot \hat{x}(k-1|k-1)$

$\hat{K}(k|k-1) = F \cdot \hat{K}(k-1|k-1) \cdot F^T + Q$

$\mathbf{G}(k) = \hat{K}(k|k-1)[1\ \ 1\ \ 1] \cdot (\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \cdot \hat{K}(k|k-1) \cdot [1\ \ 1\ \ 1] + \mathbf{R})^{-1}$ Az ún. Kálmán erősítés.

$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + \mathbf{G}^T(k) \cdot (\mathbf{z}(k) - \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \cdot \hat{x}(k|k-1))$ A predikció alapján várható megfigyelést hasonlítjuk össze a tényleges megfigyeléssel, innen nyerjük az új becslést. A Kálmán erősítés határozza meg, hogy mennyire korrigálunk a várható megfigyelés $\mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$ és a tényleges megfigyelés ($\mathbf{z}(k)$) eltérésével.

$\hat{\mathbf{K}}(k|k) = (1 - \mathbf{G}(k)^T \cdot \mathbf{H}) \cdot \hat{\mathbf{K}}(k|k-1)$ Az új becslés várható varianciája.

Néhány ajánlott irodalom annak, akit mélyebben érdekel a téma:

- Stuart J. Russel, Peter Norvig: *Mesterséges intelligencia modern megközelítésben*, Panem, Budapest, 2000

Ellenőrző kérdések:

- Mit jelent, ha egy zaj kovariancia mátrixa diagonál (csak a főátlóbeli elemei nem nulla értékűek)?
- Mit kell ismernünk a mérendő rendszerről és a zajról a Kálmán-szűrő alapváltozatának kialakításához?

A mérés

A mérés során a
[xTrue,z]=XZGen(F,B,Q,R,H,u)

[xEst,ZMean,G]=KalmanSkalarX_Z(F,B,Q,R,H,u,z,xTrue)

KalmanSkalarXValtozoR(F,B,Q,H,Rfile,u) (Rfile='RValtozo.mat')

függvényeket fogjuk használni. Az első függvény – XZGen(·) – a rendszerparaméterekből és a bemeneti jelből generál egy szimulált „valódi, ismeretlen" adatsort, és a hozzá tartozó mért értékeket.
A második – KalmanSkalarX_Z(·) – függvény ezekből a jelekből és a rendszerparaméterekből generálja a Kálmán szűrő alapú szenzorfúziós becslés eredményét. Megadja továbbá a Kálmán erősítés alakulását, összehasonlítás végett pedig a szenzorjelek átlagát.

A harmadik – KalmanSkalarXValtozoR(·) – függvény annak demonstrálására szolgál, hogy a Kálmán szűrő hogyan kezel pl. időben változó mérési zajt. Ehhez egy fájlban 3D tömbként meg kell adnunk az egyes szenzorok mérési zaját jellemző R kovariancia mátrix időbeli lefolyását.

A mérés során minden feladatban az xTrue vektor a „valódi” adatok sorozatát jelenti, az xEst a Kálmán szűrőnk által adott becslések sorozatát, z pedig a mérések sorozatát.

A mérés során jegyzőkönyvet kell készíteni. A jegyzőkönyv lényegre törő, világos kell legyen. Minden feladnál tartalmaznia kell a feladat megfogalmazását, a megoldás menetének főbb részleteit, az eredményeket és az *eredmények értékelését*.

Otthon megoldandó feladat a laborra való felkészüléshez

A házi feladatot MATLAB segítségével kell megoldani. A mérésre készülés során használja a megadott Kálmán szűrő algoritmus függvényt (KalmanSkalarX_Z.m!

1. $x(k)$ legyen skalár, a rendszer legyen F=1 ; B=0 ;a megfigyelés **H**=[1 1 1 1]^T ; a kiinduló értékek legyenek $\hat{x}(1)=0$; $\hat{K}(1|1)=0,5$. A zajjellemzők legyenek a következők: Q=0, R=zeros(4,4). A bemeneti értékek: $u(k)$=1 ; k=1,2,3,… ! Számítsa ki 100 lépésben a tényleges x értékeket, ha x(1)=0, a megfelelő **z** vektorokat (XZGen függvény), továbbá a Kálmán erősítés, és az x-re kapott becslés – $\hat{x}(k)$ – értékeit!
2. Ismételje meg az 1. pontbeli kísérletet úgy, hogy B= 0,1 a többi rendszerre jellemző paraméter változatlan, és a bemeneti érték szintén változatlanul: $u(k)$=1 ; k=1,2,3,… !
3. Értékelje a két futtatás eredményét!

1. A különböző paraméterek hatása a Kálmán szűrős szenzorfúzióra

1.1.A Vizsgálja meg, hogy az ismeretlen skalár változót szenzorfúzióval becslő Kálmán szűrőre hogyan hat a rendszerben fellépő – valós vagy feltételezett – zaj: a Q paraméter hatása!

Legyen F=1, B=1, u=zeros(1,100), R pedig egy megfelelő méretű egységmátrix!

Legyen a szimulált rendszer leíró egyenletében szereplő zaj kovarianciája, Q=1, méghozzá kétféle módon! Először a rendszer leíró egyenletében ne legyen zaj: x(k)=F*x(k-1)+B*u(k), de a Kálmán szűrő származtatásánál szerepeljen a Q=1. Másodszor a rendszer leíró egyenletében is szerepeljen egy Q varianciájú (nulla várható értékű) Gauss zaj! Hasonlítsa össze a becslés hibájának és a Kálmán erősítésnek az alakulását!

Minden esetben hasonlítsa össze a Kálmán szűrővel kapott becslés átlagos négyzetes hibáját a z megfigyelések átlagával nyerhető átlagos négyzetes hibával!

1.1.B Ismételje meg az 1.1.A feladatot, különböző Q-k esetén: a rendszer zaj kovariancia legyen rendre 0 ; 0.001 ; 0,5 ; 1 ; 10 ; 100!) Ebben a feladatban mindig ténylegesen szerepeltesse is a valódi” szimulált jel előállításánál a zajt! Hogyan alakul a becslés átlagos hibája? Minden esetben hasonlítsa össze a Kálmán szűrővel kapott becslés átlagos négyzetes hibáját a z megfigyelések átlagával nyerhető átlagos négyzetes hibával! Hogyan alakul a Kálmán-erősítés az egyes Q-k esetén?

1.2.A Ismételje meg az 1.1.A feladatot, különböző mérési zajszinteknél (R= SigmaM*eye(4,4))! Legyen F=1, B=1, u=zeros(1,100), Q=1 és SigmaM-t változtassa!A mérési zaj szórása legyen rendre 0 ; 0.001 ; 0,5 ; 1 ; 10 ; 100! Ebben a feladatban mindig ténylegesen szerepeltesse is a valódi” szimulált jel előállításánál a rendszerleíró egyenletbeli zajt! Hogyan alakul a becslés átlagos hibája? Minden esetben hasonlítsa össze a Kálmán szűrővel kapott becslés átlagos négyzetes hibáját a z megfigyelések átlagával nyerhető átlagos négyzetes hibával! Hogyan alakul a Kálmán-erősítés az egyes SigmaM-k esetén?

1.3.A Vizsgálja meg, hogy az ismeretlen skalár változót szenzorfúzióval becslő Kálmán szűrőre hogyan hat, ha rossz mérési zajszinttel (kovariancia) vagy rossz megfigyelési erősítésekkel (H) dolgozunk!

Használja a megadott

[xEst,ZMean,K]=KalmanSkalarX_Z(F,B,Q,R,H,u,z,xTrue)

Függvényt!

Töltse be a SkalarXSzenzor3_Tanulo állományt, ebben megtalálja az xTrue és a z értéksorokat (3 szenzorra). Futtassa a KalmanSKalarX_Z fuggvenyt F=1;B=0;Q=0.5; H=[1;1;1] és R=eye(3,3) (egységmátrix meagadása Matlab-módra); paraméterekkel!

Próbálja meg meghatározni a tényleges R kovarianciamátrixot és a tényleges H megfigyelési mátrixot az adatokból! Futtassa ezekkel a szenzorfúziós eljárást!

2. A Kálmán szűrős szenzorfúzió különböző, időben változó zajú szenzorok esetén

Vizsgálja meg, hogy hogyan veszi figyelembe a Kálmán szűrő alapú szenzorfúzió azt, ha az egyes szenzorok mérési zaja időben nem állandó!

Ehhez felhasználhatja a KalmanSkalarXValtozoR() függvényt és a RValtozo.mat adatfájlt. Ez utóbbiban egy 20*(4x4)-es diagonálmátrix sorozat található. Vizsgálja meg a Kálmán erősítés egyes paramétereinek időbeni változását! Írja le tapasztalatát!

3. Konkrét szenzorhálózat mért eredményei alapján elvégzett fúzió

A laborban összeállított egyszerű üvegház modellen végeztünk méréseket, ezen adatsor segítségével készítsen egy szenzorfúziós eljárást!

A megadott adatfájlban 6 – az üvegház modellben mért – hőmérő adatai találhatók. Olyan fúziós eljárást állítson össze, amelyik a 6-dik hőmérővel mért hőmérsékletet becsli! Ehhez töltse be a Data20120425_201_400.mat állományt, itt találja meg a hat hőmérő mért adatait!A megadott adatsor első 100 adatából becsülje meg a szükséges paramétereket (F, B, H, R), ebben természetesen felhasználhatja a 6. hőmérő által szolgáltatott adatokat is. A második 100 adatnál már ne használja a 6. hőmérő adatait, csak a becslés pontosságának ellenőrzésére! (Az F és B becslését végezheti úgy, hogy F=1 és valami konstans u-val és adott B-vel modellezi a jelben lévő trendet, illetve lehet B=0 és F értéke hordozza a tapasztalható változást.)