

A 2016 november 15-i 2. gyakorlófeladat megoldása

A feladat szövege:

Egy adott betegség a népesség 0,7%-át érinti. A kifejlesztett diagnosztikai eljárásunk egy z paraméter mérésén alapul. Azt tapasztaltuk az eljárásnak egy 34.558 fős mintán történő vizsgálata során, hogy a mintában található 13.347 betegből 12.679-et sikerült helyesen betegnek diagnosztizálni, a többiekét egészségesnek minősítette az eljárás. A vizsgálatba bevont 21.211 egészséges ember közül viszont 873-at betegnek diagnosztizáltunk, csak a többiekét minősítettük egészségesnek. Tapasztalataink szerint az így talált arányok jól leírják a teljes népesség esetén is a szenzitivitás, specificitás jellemzőket.

Ha ezt az eljárást alkalmazzuk, akkor mennyibe fog kerülni a társadalombiztosításnak a 9.000.000 fős népességből az ebben a betegségben nem szenvedők (ebből a szempontból egészségesek) szűrése és a közülük tévesen betegnek diagnosztizáltak kezelése? (Nem a teljes költség!) A szokásos jelölésekkel a különböző csoportokban az egy főre jutó költségek: $C_{00}=2.700$ Ft; $C_{10}=15.300$ Ft; $C_{01}=182.500$ Ft; $C_{11}=71.700$ Ft. (Itt C_{10} , C_{01} , C_{11} már tartalmazza a vizsgálat C_{00} költségét is.) **(4 pont)**

Megoldás:

1. A betegek aránya a népességben 0,7%, tehát: $9.000.000 \cdot 0,007 = 63.000$ fő. Ennek megfelelően a nem betegek (egészségesek) száma: $9.000.000 - 63.000 = 8.937.000$ fő. (Úgy is számolhattunk volna, hogy $9.000.000 \cdot 0,993 = 8.937.000$ fő – nagyjából ugyanazt kell kapjuk, kerekítési hibák okozhatnak kis eltérést.) Ez a $P_0 \cdot N$, ha N a népesség összlétszáma.
2. Az eljárás specificitása – a vizsgálatunk alapján: $(21.211 - 873) / 21.211 = 20.338 / 21.211 = 0,9588$. Vagy a másik irányból $FP / (FP + TN) = 873 / 21.211 = 0,0412$. Ugyanis a 21.211 egészséges emberből 873-at betegnek minősítettünk (FP), a többi – $21.211 - 873$ -at – pedig egészségesnek (TN). ($Sp = 0,9588$; $(1 - Sp) = 0,0412$)
3. Tehát a népességben fellelhető kb. 8.937.000 egészséges közül várhatóan kb. $8.937.000 \cdot 0,9588 = 8.569.200$ embert helyesen egészségesnek ismerünk fel, a többi $(8.937.000 - 8.569.200) = 367.800$ -at pedig tévedésből betegnek tekintünk – ők az eljárásunkban FP-ként jelenkeznek. (Másként számolva $FP = 0,0412 \cdot 8.937.000 = 367.800$ a kerekítések miatt kisebb eltérések előfordulhatnak!) $TN = P_0 \cdot N \cdot Sp$, $FP = P_0 \cdot N \cdot (1 - Sp)$.
4. Tehát a keresett költség (a TN és FP egészségesek figyelembe vételével): $C_{00} \cdot P_0 \cdot N \cdot Sp + C_{10} \cdot P_0 \cdot N \cdot (1 - Sp) = 2700 \cdot 8.569.200 + 15300 \cdot 367.800 = 2,876 \cdot 10^9$ Ft. (28 milliárd Ft).

Két megjegyzés:

- Mint menet közben is több helyen jeleztem, a kerekítések miatt itt-ott előfordulhatnak kisebb eltérések.
- A legfontosabb hiba az szokott lenni, hogy az eljárás tesztelésére számított mintából számolja valaki, hogy a népességben mekkora az egészségesek aránya, és nem a betegség előfordulási arányából ($P_0 = 1 - P_1$)! A mintában

$100 \cdot 21.211 / 34.558 = 61,4\%$ az egészségesek aránya, a népességben 99,3%! (A mintát nyilván úgy állítjuk elő, hogy legyen közte elég sok beteg, hogy a módszert tesztelni tudjuk. Ha a népességben található 0,7%-al dolgoznánk, akkor összesen kb. 242 beteg lenne, ami nehezebben kiértékelhetővé tenné elsősorban a szenzitivitást.