

**Gépi Tanulás (vimim136)**  
**Zárthelyi**

2012. március 22.

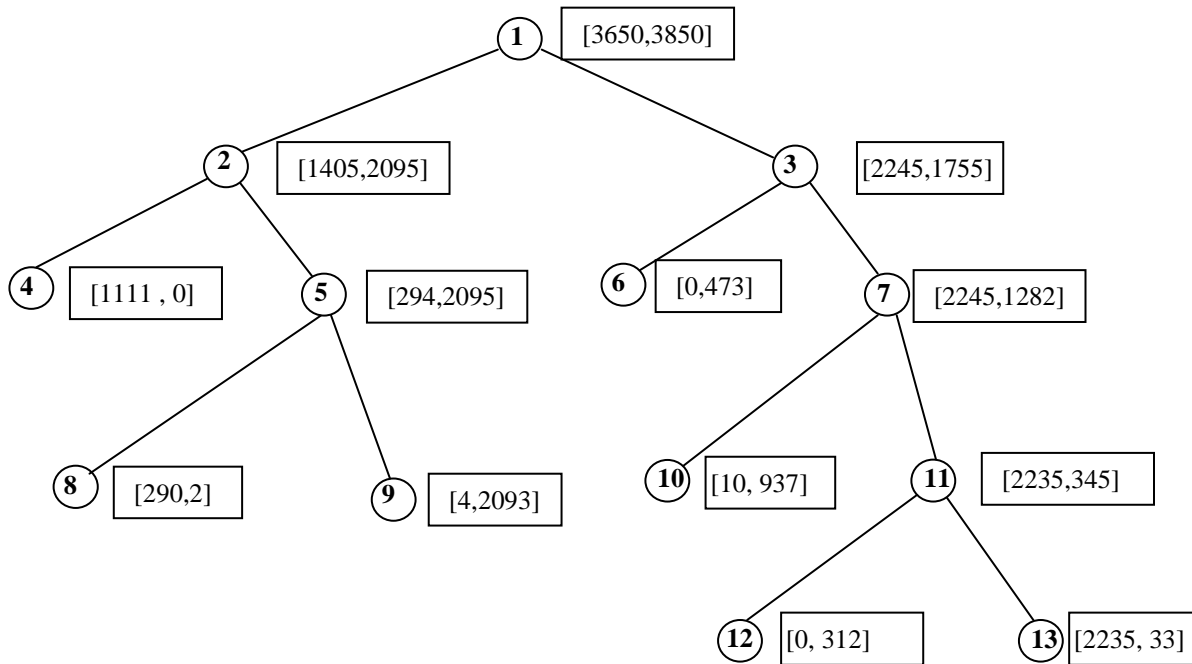
8:30 - 9:50 (80 perc !)

**Minden válaszhoz rövid, de áttekinthető indoklást is kérek! Mindkét részből el kell érni a 40-40 %-ot!**

Név (nyomtatott betűvel):.....Neptun-kód:.....

Aláírás:.....

1. Az alábbi ábrán egy 7500 minta alapján tanítással előállított döntési fa látható. A csomópontok mellett 2 szám látható egymás mellett bekeretezve szögletes zárójelben, ez a  $C_1$ , illetve  $C_2$  osztályba jutó tanítóminták száma az adott csomópontban.



- A. Mekkora lesz az információnyereség az 3-as csomópont tesztje nyomán? **(5 pont)**
- B. Két kollegánk fogadott, hogy az 5-ös vagy a 7-es csomópontot kell-e előbb bezárni, ha a hibaarány-komplexitás kompromisszumon alapuló becslést használjuk. Viszont a komplexitást *nem a levelek számával, hanem a részfa összes (levél és belső) csomópontjának számával* mérik. (Tehát pl. a teljes fa komplexitása 13, a 12-es levél csomóponté 1.) Melyiküknek lesz igaza? **(5 pont)**
2. Kétsztályos (bináris) osztályozási feladatot oldunk meg. 7 paramétert mértünk minden mintán, és a véletlen módon kiválasztott, mért és minősített (ismert osztályba sorolású) 8792 minta alapján egy egyszerű lineáris döntési határt megvalósító eszközt (súlyozott összegző + egy ugrásfüggvény) tanítottunk. A súlyok 2 különböző előjelű hatványai lehetnek, -4, -2, 0, +2 és +4. A tanítás végén 100%-os pontosságot értünk el.
- Kollegánk azt állította, hogy a kapott eszköz az új 23571 mintánkon is legalább 95%-os pontosságot fog elérni, ebben ő legalább 99%-ban biztos. Indokolt-e a véleménye? **(5 pont)**

3. A döntési fák csomópontjában alkalmazott teszt kiválasztásánál mi a különbség az *információ nyereség arány* használata és az *információ nyereség* használata közt? Mutasson be egy példát, amikor előnyösebb a *nyereség arány* használata? **(5 pont)**

\*\*\*\*\*

4. Szakértő együttest tanítunk, az  $i$ -dik szakértő kimenetét jelölje  $y_i$ , az eredő kimenetet az egyes hálók válaszainak súlyozott lineáris összegeként kapjuk:  $y = \sum_{i=1}^K w_i \cdot y_i$ , ahol  $\sum_{i=1}^K w_i = 1$ . Vezesse le az órán tanult összefüggést: hogyan írható fel a teljes rendszer átlagos négyzetes hibája az egyes hálók átlagos négyzetes hibája és a végső kimenettől való eltérése alapján! Mit mutat ez az összefüggés? **(5 pont)**

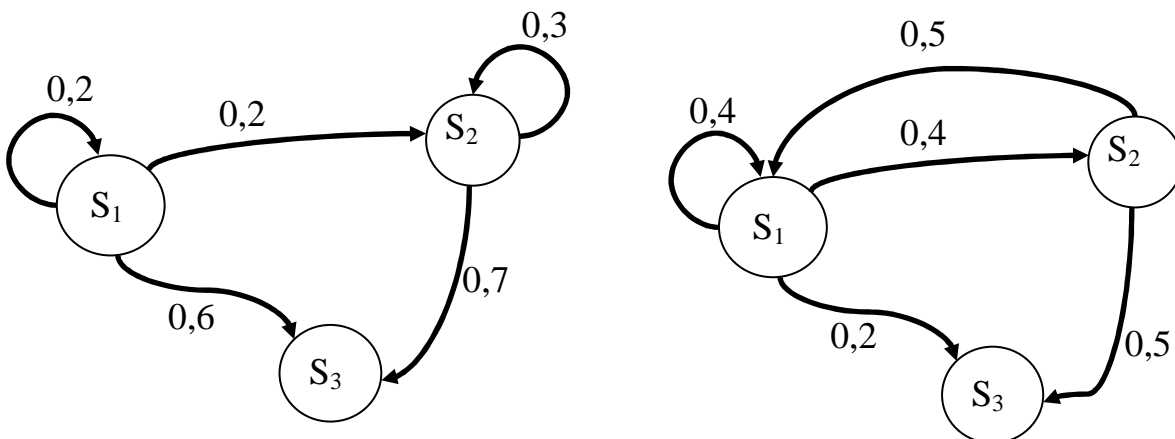
5. Egy bináris osztályozási problémát Adaboost eljárással akarunk megoldani. Matematikus barátunk bebizonyította, hogy a felhasznált alap eljárás az adott probléma bármelyik mintahalmazára, bármilyen – az Adaboostban használt – súlyozás esetén legalább 53% osztályozási pontosságot elér. Hány turbózási lépést hajtsunk végre, hogy az eredő eszközzel a 13876 tanítómintán biztosan elérjünk 90% pontosságot? **(5 pont)**

6. Egy 2 bemenetű 1 kimenetű (MISO) MOE struktúrában nemlineáris kapuzó hálózatot és két lineáris szakértőt használunk. A kapuzóhálózat nemlinearitását az okozza, hogy a  $g_1$  és  $g_2$  súlyok számításánál  $\xi_1 = (\mathbf{v}_1^T \mathbf{x})^3$  és  $\xi_2 = \mathbf{v}_2^T \mathbf{x}$ . A szakértők paraméterei rendre  $\theta_1 = [-1 \ 2]^T$ ,  $\theta_2 = [0 \ 1]^T$ , nincs eltolás (*bias*). A kapuzó hálózat megfelelő paramétervektorai  $\mathbf{v}_1 = [0,5 \ -1]^T$ ,  $\mathbf{v}_2 = [-1 \ 3]^T$ , itt sincs eltolás. A szakértők kimenetéhez nulla várható értékű, Gauss zajt asszociálunk, az első szakértőnél  $\sigma_1 = 2$ , a másodikonál  $\sigma_2 = 1$ . A tanítás során a bátorsági faktor 0,01.

A. Adja meg a MOE struktúra kimeneti jelét, ha a bemeneti vektor  $\mathbf{x} = [2 \ 1]^T$ ! **(2 pont)**

B. Adja meg a kapuzó hálózat  $\mathbf{v}_2$  paramétervektorának új értékét! A tanítást az  $\mathbf{x}^{(l)} = [2 \ 1]^T$ ,  $y^{(l)} = 0$  mintával végezzük! **(3 pont)**

7. Egy szekvenciális döntési problémában 3 állapot alkotja az állapotteret,  $S_3$  a végállapot. Minden állapotban kétféle cselekvés ( $a_1$  és  $a_2$ ) közt választhatunk. Az alábbi baloldali ábrán láthatók az  $a_1$ -hez tartozó állapot-átmenet valószínűségek, a jobboldali ábrán az  $a_2$  cselekvéshez tartozók. A leszámítolási tényező  $\gamma = 0,1$ .



Az egyes állapotokhoz tartozó jutalmak  $R(S_1) = -1$ ;  $R(S_2) = +1,4$ ;  $R(S_3) = +2$ . Értékiterációs algoritmust alkalmazunk, a kiinduló hasznosságok  $U_0(S_1) = U_0(S_2) = 1$ ,  $U_0(S_3) = R(S_3) = 2$ . Mi lesz a következő (első) iterációs ciklusban az  $S_2$  állapothoz tartozó hasznosság kiszámított értéke? **(5 pont)**

**Jó munkát !**

## Megadott paraméterek, összefüggések

$$I(P(v_1), \dots, P v_K) = - \sum_{i=1}^K P(v_i) \cdot \log_2(P(v_i))$$

$$M(A) = \sum_{i=1}^N \frac{n_{i,1} + \dots + n_{i,N}}{n_1 + \dots + n_N} \cdot I(P(v_{i1}), \dots, P(v_{iK}))$$

$$D = \sum_{i=1}^k \left( \frac{(p_i - \hat{p}_i)^2}{\hat{p}_i} + \frac{(n_i - \hat{n}_i)^2}{\hat{n}_i} \right)$$

$$R(T_n) + \alpha \cdot |T_n| = R(\{T_n\}) + \alpha \cdot |\{T_n\}|$$

$$\Pr(y(\mathbf{x}_{teszt}) \neq d_{teszt}) \leq \Pr(y(\mathbf{x}_{tanító}) \neq d_{tanító}) + O\left(\sqrt{\frac{Td_{VC}}{N}}\right)$$

$$U^\pi(s) = R(s) + \gamma \max_a \sum_{s'} T(s, a, s') U^\pi(s')$$

$$\pi^*(s) = \arg \max_a \sum_{s'} T(s, a, s') U(s')$$

$$\frac{1}{\varepsilon} (\ln(|H|) - \ln(\delta)) \leq N$$

$$\varepsilon_t = \sum_{\substack{i=1 \\ y_t(\mathbf{x}_i) \neq d_i}}^N D_t(i)$$

$$\alpha_t = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1 - \varepsilon_t}{\varepsilon_t}\right)$$

$$D_{t+1}^*(i) = \begin{cases} D_t(i) \cdot \exp(-\alpha_t) & \text{ha } y_t(\mathbf{x}_i) = d_i \\ D_t(i) \cdot \exp(+\alpha_t) & \text{ha } y_t(\mathbf{x}_i) \neq d_i \end{cases}$$

$$D_{t+1}(i) = \frac{D_{t+1}^*(i)}{\sum_{k=1}^N D_{t+1}^*(k)}$$

$$y(\mathbf{x}) = \text{sign}\left(\sum_{t=1}^T \alpha_t y_t(\mathbf{x})\right)$$

$$m(\mathbf{x}_k, d_k) = \frac{d_k \sum_t \alpha_t y_t(\mathbf{x}_k)}{\sum_t \alpha_t}$$

$$\Pr(y(\mathbf{x}_{teszt}) \neq d_{teszt}) \leq \Pr(|m(\mathbf{x}_{tanító}, d)| \leq \theta) + O\left(\sqrt{\frac{d_{VC}}{N\theta^2}}\right)$$

$$\Pr(y(\mathbf{x}) \neq d) \leq \prod_t [2 \sqrt{\varepsilon_t(1 - \varepsilon_t)}] = \prod_t \sqrt{1 - 4\gamma_t^2} \leq e^{-2\sum_t \gamma_t^2}$$

$$\Pr(y(\mathbf{x}) \neq d) \leq e^{-2T\gamma^2}$$

$$y = \mu = \sum_{k=1}^K g_k \mu_k$$

$$g_i^{(\ell)} = \frac{e^{f_i(\mathbf{v}_i^T \mathbf{x}^{(\ell)})}}{\sum_{k=1}^K e^{f_k(\mathbf{v}_k^T \mathbf{x}^{(\ell)})}}$$

$$h_i^{(\ell)} = \frac{g_i^{(\ell)} P(y^{(\ell)} | \mathbf{x}^{(\ell)}, \boldsymbol{\theta}_i)}{\sum_j g_j^{(\ell)} P(y^{(\ell)} | \mathbf{x}^{(\ell)}, \boldsymbol{\theta}_j)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i} = \frac{g_i^{(\ell)}}{\sum_j g_j^{(\ell)} P(y^{(\ell)} | \mathbf{x}^{(\ell)}, \boldsymbol{\theta}_j)} \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_i} P(y^{(\ell)} | \mathbf{x}^{(\ell)}, \boldsymbol{\theta}_i)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} = h_i^{(\ell)} \cdot \frac{(y^{(\ell)} - \mu_i^{(\ell)}) \mathbf{x}^{(\ell)}}{\sigma_i^2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = (h_i^{(\ell)} - g_i^{(\ell)}) \cdot \mathbf{x}^{(\ell)}$$

$\chi^2$  táblázat

<b>SzF</b>	<b>P<sub>0,5</sub></b>	<b>P<sub>0,2</sub></b>	<b>P<sub>0,1</sub></b>	<b>P<sub>0,05</sub></b>	<b>P<sub>0,01</sub></b>	<b>P<sub>0,005</sub></b>	<b>P<sub>0,001</sub></b>
1	0,46	1,64	2,71	3,84	6,64	7,88	10,83
2	1,39	3,22	4,61	5,99	9,21	10,60	13,82
3	2,37	4,64	6,25	7,82	11,35	12,84	16,27
4	3,36	5,99	7,78	9,49	13,28	14,86	18,47
5	4,35	7,29	9,24	11,07	15,09	16,75	20,52
6	5,35	8,56	10,65	12,59	16,81	18,55	22,46
7	6,35	9,80	12,02	14,07	18,48	20,28	24,32
8	7,34	11,03	13,36	15,51	20,09	21,96	26,12
9	8,34	12,24	14,68	16,92	21,67	23,59	27,88
10	9,34	13,44	15,99	18,31	23,21	25,19	29,59