

Méréstechnika házi feladat 3. Megoldás

2019. tavasz

1. Fejtsük Taylor-sorba a „külső” szinuszfüggvényt! A szinuszfüggvény Taylor-sora a következő:

$$\sin(x_0 + \Delta x)|_{x_0=0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} (\Delta x)^{2k+1} \quad (1)$$

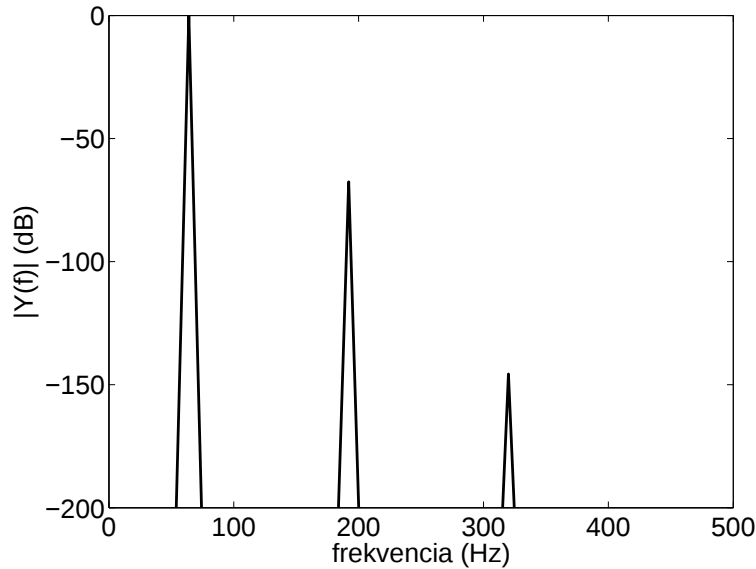
Az eredeti függvény így írható fel:

$$\begin{aligned} y(t) &\cong \frac{1}{k} \left\{ k \sin(\omega t) - \frac{1}{6} [k \sin(\omega t)]^3 \right\} = \frac{1}{k} \left\{ k \sin(\omega t) - \frac{k^3}{6} \left[\frac{3}{4} \sin(\omega t) - \frac{1}{4} \sin(3\omega t) \right] \right\} \\ &\cong \sin(\omega t) + \frac{k^2}{24} \sin(3\omega t) = \sin(\omega t) + 4.167 \cdot 10^{-4} \sin(3\omega t) \end{aligned} \quad (2)$$

Az eredeti függvényben $k = 0.1$ szerepelt. Az első közelítés az, hogy a „külső” szinuszfüggvényt a Taylor-sor első két tagjával közelítjük. A második közelítés során elhanyagoljuk a köbös tagban szereplő egyszeres frekvenciájú tagot, hiszen annak amplitúdója több mint két nagyságrenddel kisebb az elsőnél. A háromszoros frekvenciájú tagot viszont nem hanyagoljuk el, mert az önmagában áll.

(3 pont)

Az amplitúdóspektrum tehát elvileg végtelen sok tagot tartalmaz. Egy $f = 64$ Hz-es jel első néhány harmonikusára az alábbi ábrán látható:



A spektrumanalizátorok dinamikája általában 80–100 dB, így az első, nem elhanyagolt komponens, amelynek amplitúdója -67.6 dB, még jól mérhető.

(1 pont)

A gyakorlatban frekvencia- vagy fázismoduláció (FM vagy PM) esetén találkozhatunk ilyen jellel. Legyen egy FM jel frekvenciája a következő alakú:

$$\omega(t) = \omega_c + \Delta\omega \cdot \cos \omega_m t \quad (3)$$

ahol ω_c a vivő (carrier), ω_m pedig a moduláló jel frekvenciája. A fázis ennek integrálja:

$$\varphi(t) = \omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \cdot \sin \omega_m t = \omega_c t + k \cdot \sin \omega_m t \quad (4)$$

Maga az FM jel a fázis szinusza:

$$y(t) = \sin(\varphi(t)) = \sin(\omega_c t + k \cdot \sin \omega_m t) = \sin(\omega_c t) \cos(k \cdot \sin \omega_m t) + \cos(\omega_c t) \cdot \sin(k \cdot \sin \omega_m t) \quad (5)$$

A modulációs tétel értelmében a fent levezetett spektrum a vivőfrekvenciára tolódik el.

(1 pont)

2. A 4.28. példában a dU feszültség a segédforrás és a mérendő feszültség különbsége, a referenciairány tehát rögzített:

$$dU = U_s - U_{ki} \quad (6)$$

A házi feladat szerint $dU \neq 0$, legyen ez a dU_1 feszültség. Terheletlen esetben $U_{ki} = U_g$, tehát:

$$U_g = U_s - dU_1 \quad (7)$$

Az R_t terhelés alkalmazása esetén ugyanezzel a referenciairánnyal dU_2 feszültség mérhető. Az R_g ellenállás meghatározására szolgáló egyenlet:

$$U'_{ki} = U_s - dU_2 = (U_s - dU_1) \frac{R_t}{R_g + R_t} \quad (8)$$

Ebből:

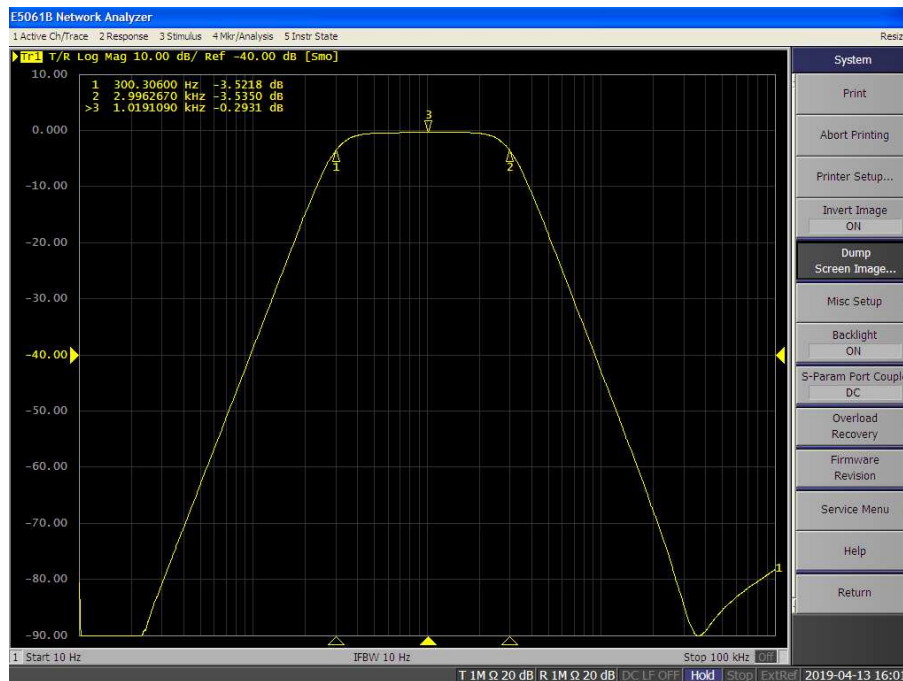
$$R_g = R_t \frac{dU_2 - dU_1}{U_s - dU_2} \quad (9)$$

(2 pont)

Megjegyzés. Az R_g -re vonatkozó összefüggés most is tartalmaz különbségképzést, ahogyan az eredeti módszer is. Itt azonban nem „nagy számok kis különbségét” kell venni, ami hibaterjedés szempontjából kedvezőtlen, hanem a különbség a számokkal azonos nagyságrendben van, ezért nem okoz problémát.

3. A példában szereplő szűrő a valóságban is létezik, a Krohn-Hite 3322 típusú műszer a megadott tulajdonságokkal rendelkezik. A megoldást ezzel az áramkörrel illusztráljuk. Az átviteli karakterisztikákat Agilent E5061B hálózatanalizátorral mértük meg.

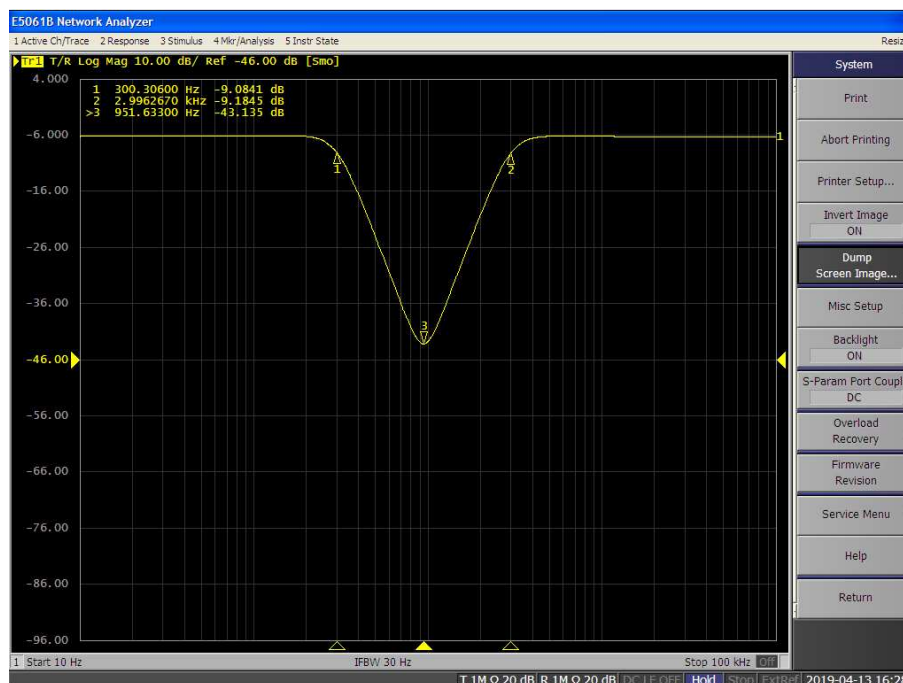
Sáváteresztő szűrőhöz úgy jutunk, hogy egy 300 Hz törésponti frekvenciájú felüláteresztő szűrőt és egy 3000 Hz törésponti frekvenciájú aluláteresztő szűrőt *sorosan* kapcsolunk. Az eredő karakterisztika az alábbi ábrán látható:



A markerek jól mutatják a törésponti frekvenciákat, illetve az átvitel 3 dB-es csökkenését. Az ábráról a 80 dB/dekád-os meredekség is leolvasható.

(1 pont)

Sávszűrő szűrőhöz úgy jutunk, hogy egy 300 Hz törésponti frekvenciájú aluláteresztő szűrőt és egy 3000 Hz törésponti frekvenciájú felüláteresztő szűrőt *párhuzamosan* kapcsolunk. Az eredő karakterisztika az alábbi ábrán látható:



A markerek ismét mutatják a karakterisztika jellegzetes pontjait. Az áramkörök kimenete passzívan összegez, mivel a kimeneti ellenállások azonosak, így viszont mindkét kimenet 0,5 súllyal szerepel az összegben, ennek köszönhető a 6 dB-es csökkenés az átvitelben. Jól látszik, hogy a két törésponti frekvencia közelsége miatt a zárószámban csak korlátozott elnyomás érhető el.

(1 pont)

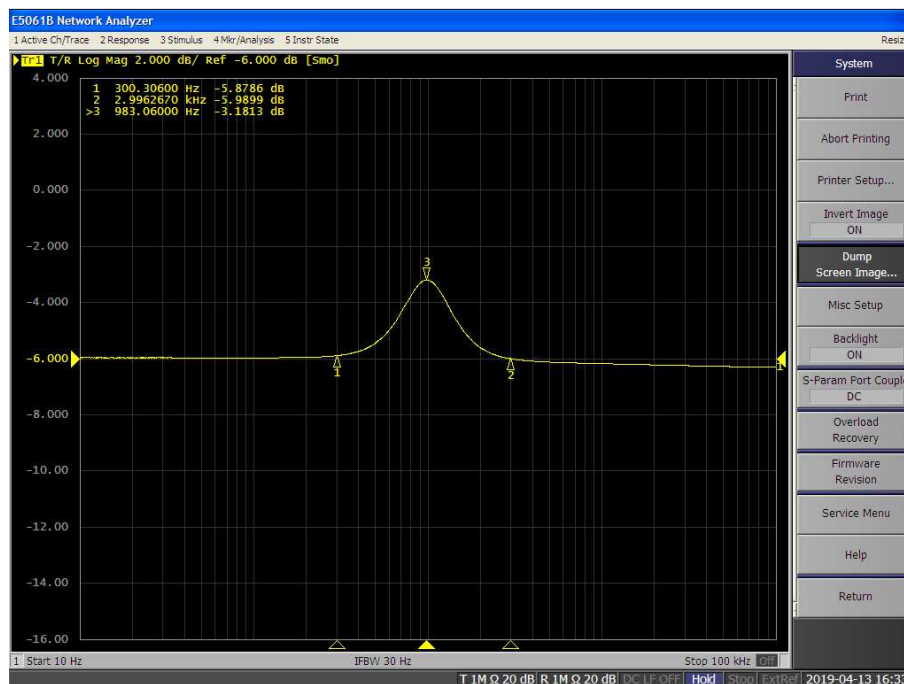
A harmadik kérdés egy elfajult sávzáró szűrőre kérdez rá, ahol a két szűrő törésponti frekvenciája azonos. Ekkor a szűrők jelentősen „átfednek”, a törésponti frekvencián mindkettő átvitelének abszolút értéke -3 dB , azaz $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Az eredő átvitel attól függ, hogy milyen a két szűrő fázistolása.
(1 pont)

Amennyiben a fázistolás azonos, a két átvitel összeadódik, és az eredő átvitel $+3\text{ dB}$, azaz $\sqrt{2}$. Ha azonban a szűrők ellenfázisban vannak, az eredő átvitel zérus. Általánosan e két szélső érték között bármi lehetséges. A maximálisan lapos átvitel, valamint a 4-es fokszám alapján a két szűrő fázistolása a törésponti frekvencián $\pm 180^\circ$. A különbség 360° , azaz a kimenetek fázisban vannak. (Másodfokú esetben lennének ellenfázisban.)

Az eredő átvitelt mutatja az alábbi ábra:



Mivel a dinamika kicsi, függőlegesen ránagyíthatunk a karakterisztikára:



Jól látszik, hogy a kimenetek azonos fázisban vannak a törésponti frekvencián.