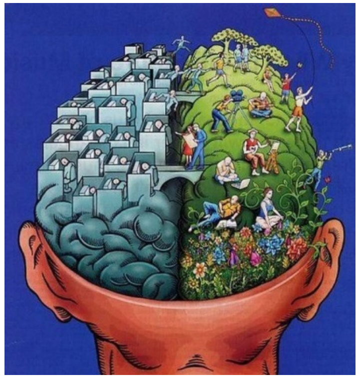
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Méréstechnika és Információs rendszerek Tanszék



Racionalitás, hasznosság, döntés
Markov döntési folyamat

Előadó: Dr. Hullám Gábor

Előadás anyaga: Dr. Dobrowiecki Tadeusz

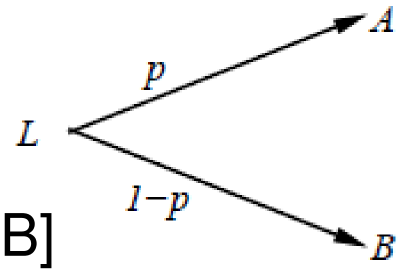
MŰEGYETEM 1782

Preferenciák

Egy ágens választásai
A, B, … determinisztikus tételek,
ill. bizonytalan kimenetelű sorsjátékok

$A > B$: A preferált B-hez képest
$A \sim B$: nincs preferencia A és B között
$A \geq B$: B nem preferált A-val szemben

Sorsjáték:
$L = [p, A; (1\text{-}p), B]$



Sorrendezhetőség

$(A > B) \vee (B > A) \vee (A \sim B)$

Tranzitivitás

$(B > A) \wedge (A > C) \;\rightarrow (B > C)$

Folytonosság

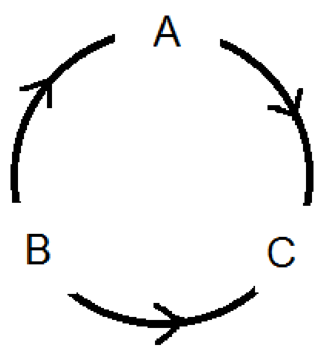
$A > B > C \;\rightarrow \exists p.\ [p, A; 1\text{-}p, C] \sim B$

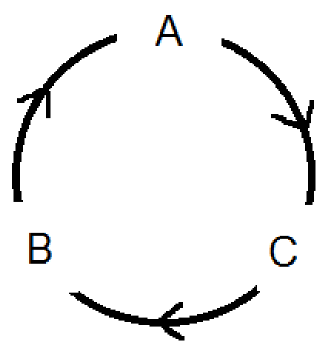
Helyettesíthetőség

$A \sim B \rightarrow [p, A; 1\text{-}p, C] \sim [p, B; 1\text{-}p, C]$

Monotonitás

$A > B \rightarrow (p \geq q \leftrightarrow [p, A; 1\text{-}p, B] \geq [q, A; 1\text{-}q, B])$





Várható hasznosság maximalizálása

A korlátokat teljesítő preferenciákhoz létezik olyan valós értékű U(x) függvény, hogy (Ramsey, 1931, Neumann és Morgenstern, 1944):

$$U(A) \geq U(B) \leftrightarrow A \geq B$$

$$U([p_1, S_1; \ldots ; p_n, S_n] = \Sigma_i \, p_i \, U(S_i)$$

$$EU(A \mid E) = \sum_k P(Eredmény_k(A) \mid Tesz(A), E)\, U(Eredmény_k(A))$$

azt maximáló cselekvés megválasztása

Hasznosságok modellezése

Egy A állapot $\leftrightarrow$ standárt sorsolás:

a lehető legjobb díj - u_{max} p valószínűséggel

a lehető legnagyobb katasztrófa - u_{min} 1-p valószínűséggel

p módosítása, amíg: $A \sim L_p$

Hasznossági skálák

Normált: $u_{max} = 1$, $u_{min} = 0$

Mikromort: halálesély/1000000, kb. 50 USD (2009)

pl. Mt.Everest: 39427 mm/ megmászás

....

A pénz hasznossága és az emberi (ir)racionalitás

Nem szabályos hasznosság! Ha L egy sorsjáték, aminek várható pénzbeli nyeresége EMV(L), akkor általában U(L) < U(EMV(L))

Hasznossági görbe: milyen p valószínűség esetén indifferens az x díj és a [p, M; 1-p, 0] sorsjáték értéke között, nagyon nagy M-re?

Tegyük fel, hogy nyert egy TV játékban. A műsorvezető most választásra kéri fel: elviheti az 1 milliós díjat, vagy felteheti azt egy pénzfeldobásos hazárdjátékon. Ha fej, nem kap semmit, ha írás, akkor kap 3 milliót. Ha hasonló a többi emberhez, akkor vonakodna játszani, és zsebre vágná a milliót. Ez irracionális volna?

1 millió < EMV(L) = 1.5 millió

De mi van, ha már van valami pénze (S_k)?

$$EU(Elfogad) = \frac{1}{2}U(S_k) + \frac{1}{2}U(S_{k+3M})$$

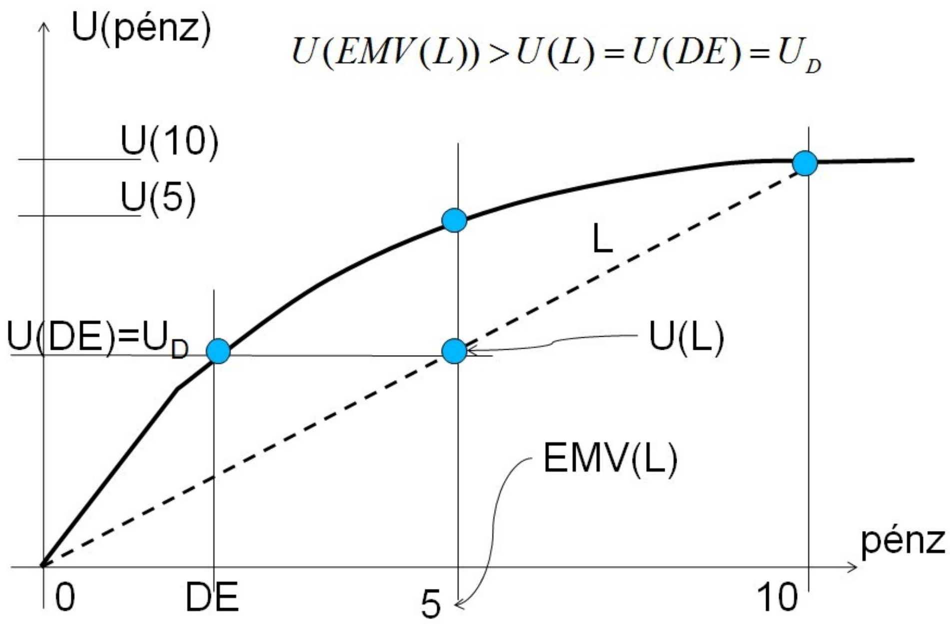
$$EU(Elutasít) = U(S_{k+1M})$$

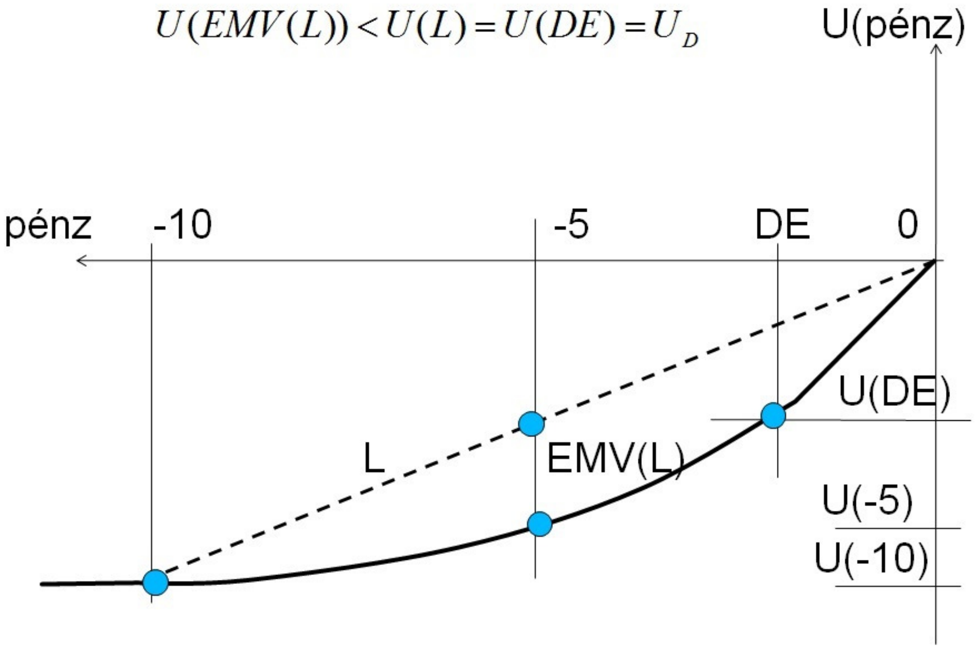
$U(S_k)$	5	5.0
$U(S_{k+1M})$	9	5.1
$U(S_{k+3M})$	11	5.3

Grayson (1960): a pénz hasznossága majdnem teljesen arányos a mennyiségének logaritmusával (először Bernoulli, 1783).

A pénz hasznossága és az emberi (ir)racionalitás

Nyereségekre: (kockázatkerülő)
  U(L) < U(EMV(L) biztos kifizetése)
Veszteségekre: (kockázatkereső)
  U(L) > U(EMV(L) biztos kifizetése)
Kis értékek szakasza lineáris
 - kockázat-semleges
Sorsjáték determinisztikus ekvivalense
DE (játék helyett fogad el)





Többváltozós hasznosságfüggvények

U(Halálesetek, Zaj, Költség)?

$U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = ?$ (1) teljes körű beazonosítás
(2) függetlenségek, kanonikus alakok

Additív értékfüggvény $U = k_1 U_1 + k_2 U_2 + k_3 U_3$

Pl. U(Zaj, Költség, Halálesetek) =
– Zaj[dB] × 10^4 – Költség[mFt] – Halálesetek[mikromort] × 10^{12}

Multiplikatív értékfüggvény

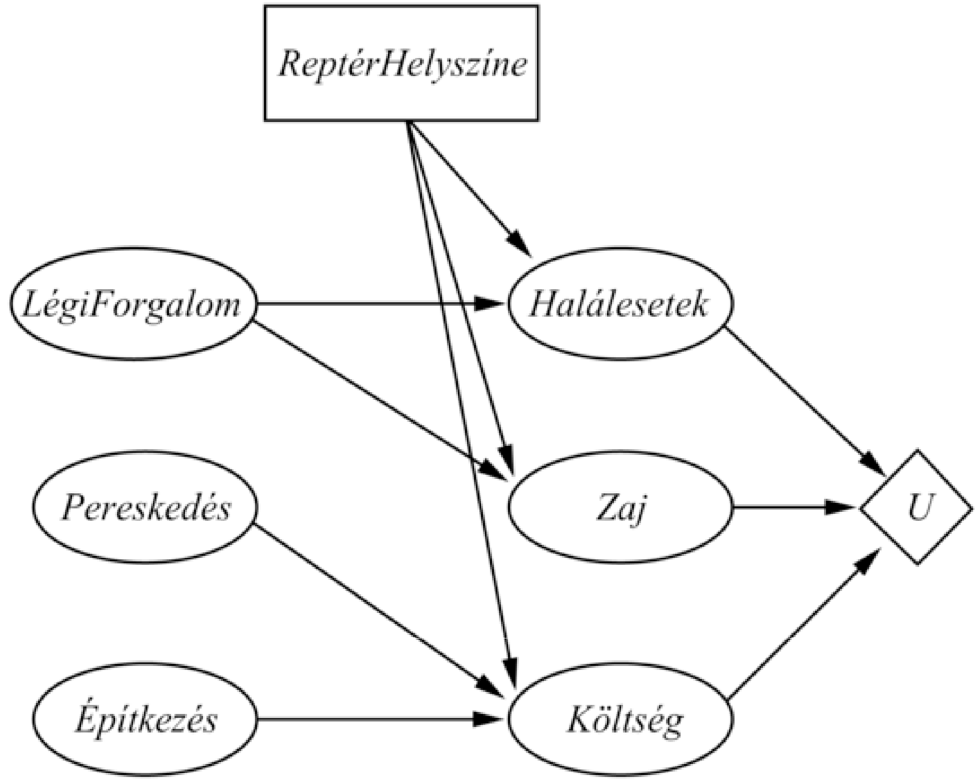
$$U = k_1 U_1 + k_2 U_2 + k_3 U_3 + k_1 k_2 U_1 U_2 + k_2 k_3 U_2 U_3 + k_3 k_1 U_3 U_1 + k_1 k_2 k_3 U_1 U_2 U_3$$

csak 3 paraméter

stb.

Döntési hálók

véletlen csomópontok
  FVT
döntési csomópontok
  döntési lehetőségek
hasznosság csomópontok
  hasznosságok leírása
  cselekvéshasznosság
  táblák



Következtetés:
- evidencia változók beállítása
- a döntési csomópont minden egyes értékére:
  - állítsuk be a döntési csomópontot erre az értékre
  - **számítsuk ki az a posteriori valószínűségeket a hasznosság-csomópont szüleire** (szabványos valószínűségi hálós következtetés)
  - számítsuk ki a cselekvések hasznosságát
- ? a legnagyobb hasznosságértékű cselekvés

Információ hasznossága

Legyen a meglévő evidencia E, az aktuális legjobb cselekvés α, melynek lehetséges kimenetelei Eredmény_i, az új lehetséges evidencia E_j.
A pillanatnyi legjobb cselekvés értéke:

$$EU(\alpha \mid E) = \max_A \sum_k P(Eredmény_k(A) \mid Tesz(A), E)\, U(Eredmény_k(A))$$

A pillanatnyi legjobb cselekvés értéke új evidencia után:

$$EU(\alpha_{E_j} \mid E, E_j) = \max_A \sum\nolimits_i U(Eredm_i(A))P(Eredm_i(A) \mid Tesz(A), E, E_j)$$

A teljes információ értéke (TIÉ) (az előre még nem ismert új evidencia értékeire vett átlag):

$$TIÉ_E(E_j) = \left(\sum\nolimits_k P(E_j = e_{jk} \mid E)EU(\alpha_{e_{jk}} \mid E, E_j = e_{jk})\right) - EU(\alpha \mid E)$$

Racionális ágensek tranzitív preferenciáiról

Három ágens preferenciái:

(Ág1) Körte > Szőlő > Alma
(Ág2) Szőlő > Alma > Körte
(Ág3) Alma > Körte > Szőlő

Mi a csoport véleménye, a csoport preferenciasora?

Legyen annak kifejezője a többségi választás (itt 2 az 1 ellen):

Körte > Szőlő
Szőlő > Alma
Alma > Körte

Egyenként racionális (tranzitív), együtt már nem?