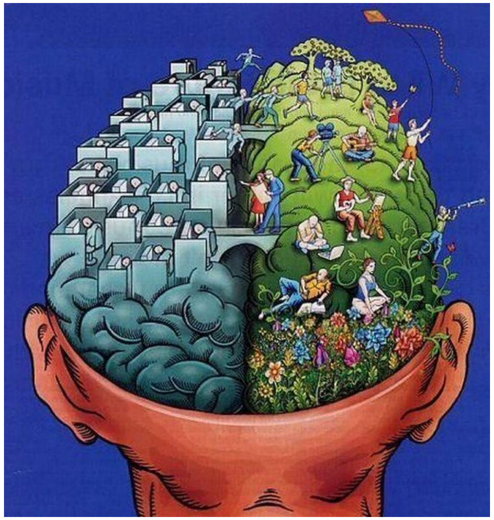
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Méréstechnika és Információs rendszerek Tanszék



Mesterséges Intelligencia - MI

Logikai ágens, elsőrendű logika

Előadó:
Hullám Gábor

Előadás anyaga:
Dobrowiecki Tadeusz
Hullám Gábor

MŰEGYETEM 1782

Rezolúció (1963) **Q mondat bizonyítása TB alapján**

Rezolúció „cáfolat-teljes” lépés, garantáltan megtalálja az ellentmondást. Teljes kereséssel párosítva teljes bizonyítás.

$$\begin{array}{c} B \vee A \\ \underline{\neg B \vee G} \\ A \vee G \end{array}$$

1. TB átírása klóz formába. (vigyázz, nem Horn-klózok!).

2. Q kérdés negálása. Negált Q kérdés átírása klóz formára.

$$\begin{array}{c} B \\ \underline{\neg B} \\ \emptyset \end{array}$$

3. Kiterjesztett TB’ = TB U $\neg$Q tudásbázis létesítése.

4. Rezolúciós lépés ciklikus elvégzése:
   - kilépés üres rezolvensre, akkor TB’ egy ellentmondás, tehát mivel TB igaz, Q igaz kell, hogy legyen.

Rezolúció (1963) **Q mondat bizonyítása TB alapján**

Transzformáció klóz formára:

1. Ekvivalencia elhagyása: $A \Leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

2. Implikáció elhagyása: $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

3. Negálás atomi formulák szintjére (de Morgan): $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

4. Diszjunkciók literálok szintjére (disztributivítás):
   $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$ (CNF, Davis, 1960)

5. Konjunkciók elhagyása.
   Bontás diszjunktív klózokra (csak $\neg$ és $\vee$ marad)

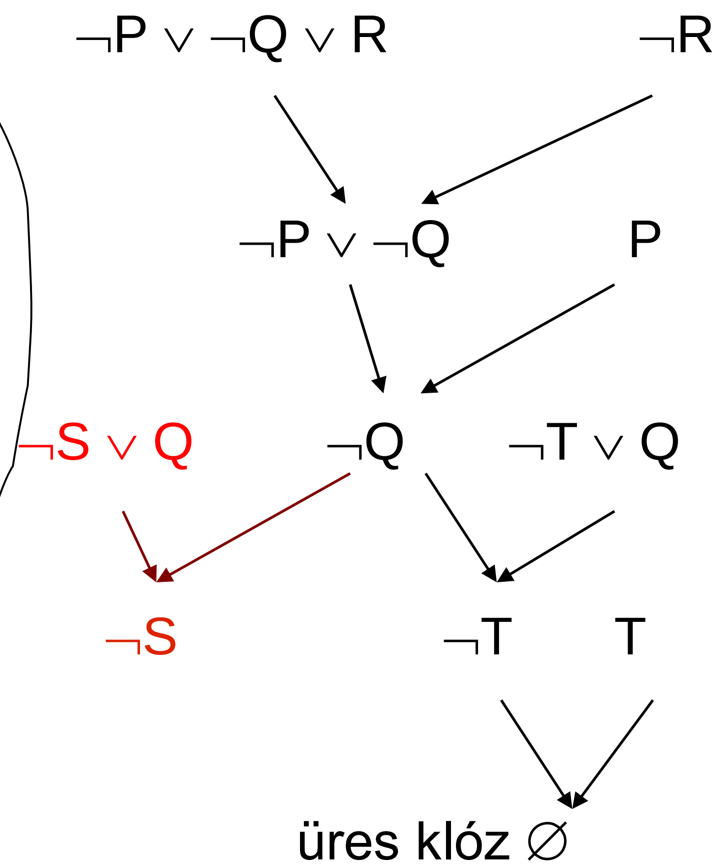
Példa: $\mathbf{S \vee T \rightarrow Q}$
$\neg (S \vee T) \vee Q$
$(\neg S \wedge \neg T) \vee Q$
$(\neg S \vee Q) \wedge (\neg T \vee Q)$
$\mathbf{\neg S \vee Q}$
$\mathbf{\neg T \vee Q}$

Az eredeti (redundáns) állításforma és a (redundancia mentes) klózforma logikailag ekvivalensek!

TB=axiómák TB’

eredeti állítások	klózok
P	P
$P \wedge Q \rightarrow R$	$\neg P \vee \neg Q \vee R$
$S \vee T \rightarrow Q$	$\neg S \vee Q$
	$\neg T \vee Q$
T	T

rezolúció menete



R igaz-e ?

TB |- R ?

$\neg R$

TB’ |- ∅ ?

Egyszerű rezolúciós bizonyítás ítéletkalkulusban

Problémák az ítéletlogikai ágenssel

Általában: - **túl sok ítéletszimbólumot kell kezelni**.
- nehézkes a **változások kezelése**.

Emiatt: **lassú a következtetési eljárás**. (igazságtábla mérete)

De sok fontos gyakorlati alkalmazás (kielégíthetőségi vizsgálattal):
– formális modell-ellenőrzés
– automatikus tesztminta-generálás
– MI tervkészítés
– automatikus tételbizonyítás
– szoftver-verifikálás

Pl. Ipari processzor-verifikáció: 14 ciklusra terjedő viselkedés
kb. 1 millió változó, 30 millió literál, 4 millió klóz, 1.5 millió döntés,
3h futási idő

Elsőrendű logika: milyen a világ valójában?

Objektumok: más objektumoktól megkülönböztetett identitású, **tulajdonságokkal** rendelkező dolgok

Relációk: objektumok közötti kapcsolatok
- n-elemű
- egyelemű (unáris): tulajdonságok

Relációk közül néhány **függvény** – csak egy „érték” egy adott „bemenetre”.

Pl.: **objektumok**: emberek, elméletek, színek, sakkjátszmák, …
relációk: testvére, nagyobb mint, belseje, része, színe, birtokol …
tulajdonságok: piros, kerek, színlelt, páratlan, sokemeletes….
függvények: apja, legjobb barátja, eggyel több mint ….

Ezeket mind külön-külön tudjuk majd ábrázolni és velük következtetni!
(erősen strukturált tudás erősen strukturált ábrázolása jobban megy)

Elsőrendű logika

Szintaktika és szemantika

konstans szimbólumok: X, János, Bodri, K21 (a világ objektumai).

predikátum szimbólumok: kerek, bátyja,… (egy bizonyos reláció).
kerek(X) **bátyja(József, Anna)**

függvény szimbólumok: koszinusz, apja, bal-lába (a relációban szereplő objektum pontosan egy másik objektummal van kapcsolatban).

János = apja(Béla) **apja(János, Béla) = Igaz**

Építőelemek

term: János, Bodri, bal-lába(apja(János)), …, x, f(x)
egy objektumra vonatkozó kifejezés. (konstans a legegyszerűbb term)

atom: bátyja(Géza,Árpád), házas(apja(Richárd),anyja(János)),

atom(i mondat): predikátum szimbólum és az argumentumait jelentő termek
tényeket fejez ki (van igazságértéke).

összetett mondat: bátyja(Misi,János) $\rightarrow$ házas(apja(Misi),anyja(János))

logikai összekötő szimbólumok $\neg \wedge \vee \rightarrow \Leftrightarrow$
a még összetettebb mondatok építésére.

Építőelemek

kvantorok: tulajdonságok, amelyek objektumok halmazaira vonatkoznak, ahelyett hogy megneveznénk minden objektumot a nevével.

Az elsőrendű logika standard kvantorai:

univerzális kvantor ($\forall$) $\forall$x. macska(x) $\rightarrow$ emlős**(**x**)**

egzisztenciális kvantor ($\exists$) $\exists$ x. macska(x) $\wedge$ úszik(x)

Egyenlőség**: (term1 = term2)** igaz adott interpretáció mellett, a.cs.a, ha term1 és term2 ugyanarra az objektumra vonatkoznak.

Az $\forall$ és az $\exists$ kapcsolata: $\forall$ x $\neg$ szeret(x, Répa) = $\neg$ $\exists$ x szeret(x, Répa)
$\forall$ x szeret(x, Fagylalt) = $\neg$ $\exists$ x $\neg$ szeret(x, Fagylalt)

Konstans-, predikátum- és függvényszimbólumok megválasztása teljes mértékben a felhasználón múlik. **Ez jó is, de nem is**. De vajon miért?

Fizikai világ: Objektum: Bodri kutya, amely
Tulajdonsága: nagy

Konstans: Bodri
Predikátum:
nagytestű(x)
Egy igaz állítás:
nagytestű(Bodri)

Konstans: Kutya1
Predikátum:
dögnagy(x)
Egy igaz állítás:
dögnagy(Kutya1)

Igaz logikában, hogy: nagytestű(Bodri) ⇔ dögnagy(Kutya1) **Nem!**
Hacsak nem mondjuk ki, hogy: ∀x nagytestű(x) ⇔ dögnagy(x).
Bodri = Kutya1.

azonos jelölés más interpretációt is takarhat
azonos interpretáció más jelöléshez is vezethet

(egy állítás kielégíthető, ha adott interpretációban létezik olyan modell, amiben igaz)
(egy állítás igaz, ha az előbb említett modell a világ jelenlegi állapotát adja meg)

Bizonyítások

Modell alapú következtetés?

Adott TB-hoz felsorolni a modelleket azt jelenti, hogy a modelleket meg kell fogalmazni:

a problématerület objektumainak minden n = 1 ... ∞ száma mellett,

a szókészlet minden k attribútumú *p(x1, ..., xk)* predikátumra,

a szókészlet minden n elemű k-náris relációra,

a szókészlet minden C logikai konstansra,

a C logikai konstans minden problématerület objektum hozzárendelésére n db. objektumból (interpretációk)…

T.i. nem tudjuk, mely kombináció lesz jó?

A legjobb (legegyszerűbb) esetben is legalább **megszámlálható**.
A függvények (relációk) ágyazása a termekben a lényegi nehézség.

Redukció ítéletlogikai következtetésre
Következtetési lépések kiterjesztése

Redukció ítéletlogikai következtetésre

Egy változó nélküli term - **alapterm** (**grounding**)
Változók nélküli predikátum kalkulus = ítélet kalkulus!

kutya(Bodri)	$X1$
nagytestű(Bodri)	$X2$
kutya(Bodri) $\wedge$ *nagytestű(Bodri)* $\rightarrow$ *fél(Béla,Bodri)*	$X1 \wedge X2 \rightarrow X3$

Új TB: minden univerzális mondat minden lehetséges példányosítása.
Egy alapmondat vonzata az új TB-nak, ha vonzata volt az eredeti TB-nak.

Probléma: ha függvények is vannak, akkor ∞-sok alapterm létezik,
pl. *apja(apja ... (apja(János)))*

Herbrand (1930): Ha egy mondat egy FOL TB vonzata, akkor vonzata a példányosított TB egy **véges** részhalmazának is.
Eljárás: minden n = 0, 1, 2, ... példányosított TB létesítése n-mélységű termekkel. A kérdéses mondat vonzata-e?
Probléma: működik jól, ha a vonzat létezik, ∞-hurok, ha nincs.

Predikátum kalkulus tulajdonságai

Teljes: **minden igaz állítás belátható (bebizonyítható)**
(1930, Gödel, egzisztenciális bizonyítás, Herbrand, ítéletlogikai redukció)

A vonzat csak félig eldönthető: **állítás hamis volta nem mutatható ki!**
Turing (1936), **Church** (1936):

- a bizonyítási eljárásnak **igaz állítás** esetén van kilépési pontja,
- **hamis állítás** esetén **nincs** kilépési pontja, és munka közben, logikai alapon, **nem dönthető el**, hogy melyik esettel foglalkozunk.

Gyakorlati következtetés: gépen egy állításhalmaz konzisztenciája elvben nem mutatható ki a **véges erőforrások** (**idő**) miatt!

Predikátum kalkulus tulajdonságai

Teljes: **minden igaz állítás belátható (bebizonyítható)**

A vonzat csak félig eldönthető: **állítás hamis volta nem mutatható ki!**

Gyakorlati következtetés: gépen egy állításhalmaz konzisztenciája elvben nem mutatható ki a **véges erőforrások** (**idő**) miatt!

Az elmélet és az axiómák: matematika és MI

axiómák = TB	kérdés	bizonyítás	és utána?
matematika			
minimális, redundancia-mentes	érdekes tétel	hosszú	dicsőség
MI maximális, redundáns	ágens feladata	minél rövidebb	cselekvés végrehajtása

Következtetési lépések kibővítése

Modus Ponens:

$$\frac{A \qquad A \rightarrow B}{B} \qquad\qquad \frac{p(A) \qquad \forall x,\, p(x) \rightarrow q(x)}{q(A)}$$

x/A illesztés = **unifikálás (egyesítés)** + **behelyettesítés**

Unifikál(p, q) = θ, ha $p\theta = q\theta$

p	q	θ
ismer(János, x)	ismer(János, Ági)	{x ⁄ Ági}
ismer(János, x)	ismer(y, BME)	{x ⁄ BME, y ⁄ János}
ismer(János, x)	ismer(y, anya(y))	{y ⁄ János, x ⁄ anya(János)}
ismer(János, x)	ismer(x, BME)	kudarc

de további lehetőségek is vannak:

Univerzális kvantor eliminálása:

$$\frac{\forall x,\, p(x, A)}{p(B, A)}$$

Egzisztenciális kvantor eliminálása:

$$\frac{\exists x\, q(x, A)}{q(B_S, A)}$$

(un. skolemizálás)

feltéve, hogy B_S-nek másutt szerepe a TB-ban nincs!

B_S az un. **Skolem konstans**, bizonyos tulajdonságokkal igen, de a **feladatban önálló (interpretált) léttel NEM rendelkező objektum**.

Lehet f(x) **Skolem függvény** is, amely minden *x*-hez egy külön Skolem konstanst rendel hozzá …

$$\frac{\forall x\, \exists y\, q(x, y)}{\forall x\;\; q(x, f_S(x))}$$

$$\frac{\forall ember\, \exists szív.\; van\text{-}szíve(ember, szív)}{\forall\; ember\; van\text{-}szíve(ember, f_{Szív}(ember\,))}$$

$$\frac{\forall x\, p(x, A)}{p(B, A)}$$

ezzel szemben az univerzális kvantor eliminálásánál akármilyen létező objektumot megjelölő konstanst lehetett használni!

Gépi bizonyítás kérdése

Modus Ponens alapú bizonyítás **nem teljes**, de 1' rendű logika **teljes**, avagy igaz tételek bizonyítása létezik (de hogyan?).

Az első jól algoritmizált „hogyan” a **rezolúció** (Robinson, 1963), de a félig eldönthetőség, mint probléma megmarad!

Rezolúció predikátum kalkulusban:

$$\begin{array}{ll} & q(x) \vee p(x, Atti) \\ & \underline{\neg q(Béla) \vee r(x)} \\ x/Béla & p(Béla, Atti) \vee r(Béla) \end{array}$$

Gépi bizonyítás kérdése

Rezolúció predikátum kalkulusban:

$$\frac{\begin{array}{l} q(x) \vee p(x, \text{Atti}) \\ \neg q(\text{Béla}) \vee r(x) \end{array}}{p(\text{Béla}, \text{Atti}) \vee r(\text{Béla})} \quad x/\text{Béla}$$

Egyesítés (unifikálás)

$q(x)$ és $\neg q(y)$, ha x/y

ez viszont akkor lehetséges, ha:

x	y
változó-1	változó-2
változó	konstans
konstans	változó

nem megy azonban, ha:

konstans-1	konstans-2
változó	f(változó)

Transzformáció klóz formára

1. Ekvivalenciát eltüntetni: $A \Leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

2. Implikációt eltüntetni: $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

3. Negálást az atomi formulák szintjére áthelyezni.

$$\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B, \quad \neg \forall x\, p(x) = \exists x\, \neg p(x)$$

4. Egzisztenciális kvantorokat eltüntetni: Skolemizálás

5. Ha szükséges, a változókat átnevezni.

$$\forall x\, p(x) \vee \forall x\, q(x) \quad \text{-->} \quad \forall x\, p(x) \vee \forall y\, q(y)$$

6. Univerzális kvantorokat balra kihelyezni.

$$\ldots\forall x\ldots\forall y.. = \forall x \forall y \ldots x \ldots y..$$

A cél:
az eredeti állításforma
és a klózforma
logikailag ekvivalensek!

7. Diszjunkciókat literál szintjére áthelyezni.

$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$ **konjunktív normal forma** (CNF, Davis, 1960)

8. Konjunkciókat eliminálni. Bontás diszjunktív klózokra

9. Ha szükséges, a változókat átnevezni.

10. Univerzális kvantorokat elhagyni. **ami marad: $\neg$, $\vee$, és most?**

Példa: Valaki mindig szereti azt, aki minden állatot szeret.

$\forall$ **x [**$\forall$ **y állat(y)** $\rightarrow$ **szeret(x, y)]** $\rightarrow$ **[**$\exists$ **y szeret(y, x)]**

$\forall$ x $\neg$ [$\forall$ y $\neg$állat(y) $\vee$ szeret(x, y)] $\vee$ [$\exists$ y szeret(y, x)]

$\forall$ x [$\exists$ y $\neg$ ($\neg$állat(y) $\vee$ szeret(x, y))] $\vee$ [$\exists$ y szeret(y, x)]

$\forall$ x [$\exists$ y $\neg$ $\neg$ állat(y) $\wedge$ $\neg$ szeret(x, y)] $\vee$ [$\exists$ y szeret(y, x)]

$\forall$ x [$\exists$ y állat(y) $\wedge$ $\neg$ szeret(x, y)] $\vee$ [$\exists$ **y** szeret(y, x)]

$\forall$ x [$\exists$ **y** állat(y) $\wedge$ $\neg$ szeret(x, y)] $\vee$ [$\exists$ **z** szeret(z, x)]

$\forall$ **x** [állat(F(x)) $\wedge$ $\neg$ szeret(x, F(x))] $\vee$ szeret(G(x), x)

[állat(F(x)) $\wedge$ $\neg$ szeret(x, F(x))] $\vee$ szeret(G(x), x)

[állat(F(x)) $\vee$ szeret(G(x), x)] $\wedge$ [$\neg$ szeret(x, F(x)) $\vee$ szeret(G(x), x)]

Egy állításból két (lehet több is) klóz:

a. **állat(F(x))** $\vee$ **szeret(G(x), x)**
b. $\neg$ **szeret(x, F(x))** $\vee$ **szeret(G(x), x)** F(x), G(x) Skolem függvények

Példa: Bárkit, aki megöl egy állatot, senki nem szeret

$\forall$ **x [**$\exists$ **y állat(y)** $\wedge$ **megöli(x, y)]** $\rightarrow$ **[**$\forall$ z $\neg$ **szeret(z, x)]**

$\forall$ x $\neg$ [$\exists$ y állat(y) $\wedge$ megöli(x, y)] $\vee$ [$\forall$ z $\neg$ szeret(z, x)]

$\forall$ x [$\forall$ y $\neg$ (állat(y) $\wedge$ megöli(x, y)] $\vee$ [$\forall$ z $\neg$ szeret(z, x)]

$\forall$ x ,$\forall$ y $\neg$ állat(y) $\vee$ $\neg$megöli(x, y) $\vee$ [$\forall$ z $\neg$ szeret(z, x)]

$\forall$ x ,$\forall$ y, $\forall$ z $\neg$ állat(y) $\vee$ $\neg$megöli(x, y) $\vee$ $\neg$ szeret(z, x)

$\neg$ állat(y) $\vee$ $\neg$megöli(x, y) $\vee$ $\neg$ szeret(z, x)

Példa: Nobby szereti az összes állatot

$\forall$ **x [állat(x)]** $\rightarrow$ **[szeret(Nobby, x)]**

$\neg$ állat(x) $\vee$ szeret(Nobby, x)

Példa: Vagy Nobby vagy a kíváncsiság ölte meg Greebo-t.
Greebo egy macska

macska(Greebo)
megöli(Nobby, Greebo) $\vee$ **megöli(Kíváncsiság, Greebo)**

Kiegészítés:
$\forall$x macska(x) $\rightarrow$ állat(x)
$\neg$ macska(x) $\vee$ állat(x)

A kíváncsiság ölte-e meg Greebo-t?

Kérdés: **megöli(Kíváncsiság, Greebo)**

$\neg$ Kérdés: $\neg$ **megöli(Kíváncsiság, Greebo)**

1.a) állat(F(x)) ∨ szeret(G(x), x)

1.b) ¬ szeret(x, F(x)) ∨ szeret(G(x), x)

2.) ¬ állat(y) ∨ ¬megöli(x, y) ∨ ¬ szeret(z, x)

3.) ¬ állat(x) ∨ szeret(Nobby, x)

4.) macska(Greebo)

5.) megöli(Nobby, Greebo) ∨ megöli(Kíváncsiság, Greebo)

6.) ¬ macska(x) ∨ állat(x)

7.) ¬ **megöli(Kíváncsiság, Greebo)**

Rezolúciós lépések

8: 7+5

megöli(Nobby, Greebo) ∨ megöli(Kíváncsiság, Greebo)

¬ **megöli(Kíváncsiság, Greebo)**

8: megöli(Nobby, Greebo)

1.a) állat(F(x)) $\vee$ szeret(G(x), x)

1.b) $\neg$ szeret(x, F(x)) $\vee$ szeret(G(x), x)

$\boxed{\text{2.) } \neg \text{ állat(y) } \vee \neg\text{megöli(x, y) } \vee \neg \text{ szeret(z, x)}}$

3.) $\neg$ állat(x) $\vee$ szeret(Nobby, x)

4.) macska(Greebo)

5.) megöli(Nobby, Greebo) $\vee$ megöli(Kíváncsiság, Greebo)

6.) $\neg$ macska(x) $\vee$ állat(x)

7.) $\neg$ megöli(Kíváncsiság, Greebo)

$\boxed{\text{8: megöli(Nobby, Greebo)}}$

9: 8+2

megöli(Nobby, Greebo)

$\neg$ állat(y1) $\vee$ $\neg$megöli(x1, y1) $\vee$ $\neg$ szeret(z1, x1)   x1 / Nobby

--   y1/ Greebo

$\neg$ állat(Greebo) $\vee$ $\neg$ szeret(z1, Nobby)

1.a) állat(F(x)) ∨ szeret(G(x), x)

1.b) ¬ szeret(x, F(x)) ∨ szeret(G(x), x)

2.) ¬ állat(y) ∨ ¬megöli(x, y) ∨ ¬ szeret(z, x)

3.) ¬ állat(x) ∨ szeret(Nobby, x)

4.) macska(Greebo)

5.) megöli(Nobby, Greebo) ∨ megöli(Kíváncsiság, Greebo)

6.) ¬ macska(x) ∨ állat(x)

7.) ¬ megöli(Kíváncsiság, Greebo)

8: megöli(Nobby, Greebo)

9: ¬ állat(Greebo) ∨ ¬ szeret(z, Nobby)

10: 9+6

¬ állat(Greebo) ∨ ¬ szeret(z, Nobby)

¬ macska(x2) ∨ állat(x2) x2 / Greebo

¬ macska(Greebo) ∨ ¬ szeret(z, Nobby)

1.a) állat(F(x)) $\vee$ szeret(G(x), x)

1.b) $\neg$ szeret(x, F(x)) $\vee$ szeret(G(x), x)

2.) $\neg$ állat(y) $\vee$ $\neg$megöli(x, y) $\vee$ $\neg$ szeret(z, x)

3.) $\neg$ állat(x) $\vee$ szeret(Nobby, x)

4.) macska(Greebo)

5.) megöli(Nobby, Greebo) $\vee$ megöli(Kíváncsiság, Greebo)

6.) $\neg$ macska(x) $\vee$ állat(x)

7.) $\neg$ megöli(Kíváncsiság, Greebo)

8: megöli(Nobby, Greebo)

9: $\neg$ állat(Greebo) $\vee$ $\neg$ szeret(z, Nobby)

10: $\neg$ macska(Greebo) $\vee$ $\neg$ szeret(z, Nobby)

11: 10+4

$\neg$ macska(Greebo) $\vee$ $\neg$ szeret(z1, Nobby)

macska(Greebo)

$\neg$ szeret(z1, Nobby)

1.a) állat(F(x)) ∨ szeret(G(x), x)

$\boxed{\text{1.b) } \neg \text{ szeret(x, F(x))} \vee \text{szeret(G(x), x)}}$

2.) ¬ állat(y) ∨ ¬megöli(x, y) ∨ ¬ szeret(z, x)

$\boxed{\text{3.) } \neg \text{ állat(x3)} \vee \text{szeret(Nobby, x3)}}$

11: ¬szeret(z1, Nobby)

12: 1b+3

¬ állat(x3) ∨ $\boxed{\text{szeret(Nobby, x3)}}$

$\boxed{\neg \text{ szeret(x4, F(x4)}}$) ∨ szeret(G(x4), x4) x4 / Nobby

----

¬ állat(F(Nobby)) ∨ szeret(G(Nobby), Nobby)

$\boxed{\text{1.a) állat(F(x))} \vee \text{szeret(G(x), x)}}$

1.b) $\neg$ szeret(x, F(x)) $\vee$ szeret(G(x), x)

2.) $\neg$ állat(y) $\vee$ $\neg$megöli(x, y) $\vee$ $\neg$ szeret(z, x)

3.) $\neg$ állat(x3) $\vee$ szeret(Nobby, x3)

11: $\neg$szeret(z1, Nobby)

$\boxed{\text{12: } \neg \text{ állat(F(Nobby))} \vee \text{szeret(G(Nobby), Nobby)}}$

13: 1a+12

$\boxed{\neg \text{ állat(F(Nobby))}}$ $\vee$ szeret(G(Nobby), Nobby)

$\boxed{\text{állat(F(x5))}}$ $\vee$ szeret(G(x5), x5) x5 / Nobby

----

szeret(G(Nobby), Nobby)

1.a) állat(F(x)) ∨ szeret(G(x), x)

1.b) ¬ szeret(x, F(x)) ∨ szeret(G(x), x)

2.) ¬ állat(y) ∨ ¬megöli(x, y) ∨ ¬ szeret(z, x)

3.) ¬ állat(x3) ∨ szeret(Nobby, x3)

11: ¬szeret(z1, Nobby)

12: ¬ állat(F(Nobby)) ∨ szeret(G(Nobby), Nobby)

13: szeret(G(Nobby), Nobby)

13: 1a+12

szeret(G(Nobby), Nobby)

¬szeret(z1, Nobby)   z1 / G(Nobby)

ϕ

Üres rezolvensre jutottunk -> negált kérdés hamis

tehát az eredeti kérdés igaz: **megöli(Kíváncsiság, Greebo)**

Rezolúciós bizonyítás procedúrája

Formális

Informális

Adott állítások halmaza F, a bizonyítandó állítás Q

1. Az F halmaz összes állítását konvertáljuk klóz formába F'.

2. Negáljuk a Q-t és konvertáljuk klóz formába. Adjuk hozzá az F'-hez.

3. Ismételjük az alábbi ciklust, amíg:
   (a) **ellentmondásra** rá nem futunk,
   (b) az **előrehaladást** már nem tapasztaljuk, vagy
   (c) az erőforrások előre meghatározott mennyiségét ki nem használjuk:

4. **Válasszunk meg** két klózt és alkalmazzunk **rezolúciós** lépést.
5. Ha a rezolvens **üres**, megvan az ellentmondás. Ha nem, adjuk hozza a többi klózhoz és folytatjuk (3.)

Rezolúciós bizonyítás procedúrája

Formális
Informális

…
4. **Válasszunk meg** két klózt és alkalmazzunk **rezolúciós** lépést.
…

Rezolúciós stratégiák (klózok kiválasztási heurisztikái)

1. Egység rezolúció. **Horn-klóz alakú TB-ban az eljárás teljes**, különben nem!

2. **'Set of Support'**: (egy klóz 'S-of-S'-ból és egy 'külső' klóz), rezolvens vissza 'S-of-S'-ba. **Teljes, ha 'S-of-S'-n kívüli klózok teljesíthetők,** gyakorlatban: 'S-of-S' = a negált kérdés (a többit úgyis elhisszük)

3. **Input rezolúció**: az egyik klóz mindig az előbbi rezolvens, az első lépésnél viszont a kérdés. **Horn-klóz alakú tudásbázisban az eljárás teljes**, különben nem!

4. **Lineáris rezolúció**: P és Q rezolválható, ha P benne van az eredeti tudásbázisban, vagy ha P a Q őse a bizonyítási fában. **Lineáris rezolúció egy teljes eljárás.**

Logikai programozás

- Prolog **nem teljes**

Tételbizonyítók

Otter (Organized Techniques for Theorem proving and Effective Research)

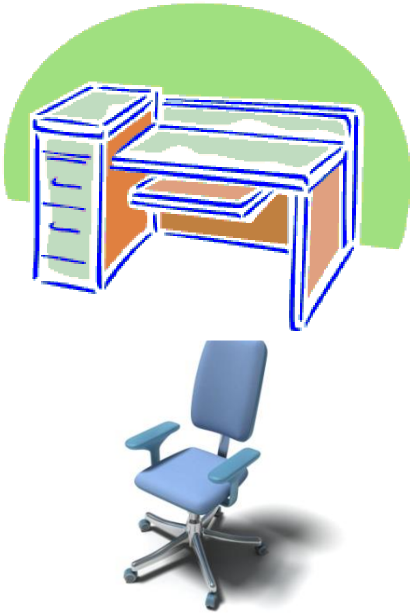
rezolúciós bizonyítás támogató halmaz (set of support) stratégiával - **Prover9**

Prolog kiterjesztése – **PTTP Prolog Technology Theorem Prover**

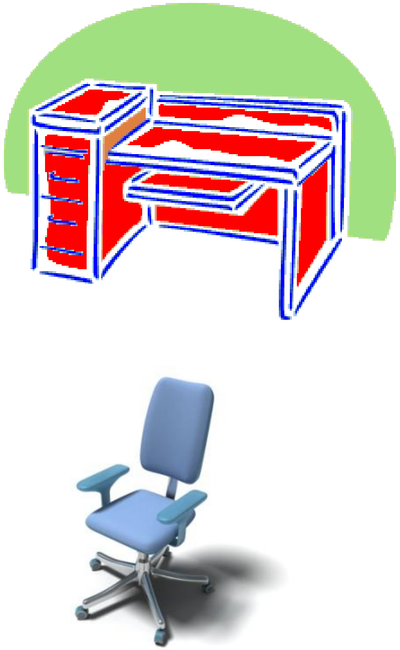
Az elmélet és az axiómák: matematika és MI

axiómák = TB	kérdés	bizonyítás	és utána?	Hol az infó?
Matematika				
minimális redundanciamentes	….	hosszú	pávatoll	üres rezolvens tényében
MI				
maximális redundans	…	minél rövidebb	cselekvés végrehajtása	üres rezolvens tényében **ÉS a behelyettesítésekben**

A festő ágens problémája



http://technologygads.blogspot
.hu/search/label/robot%20kits

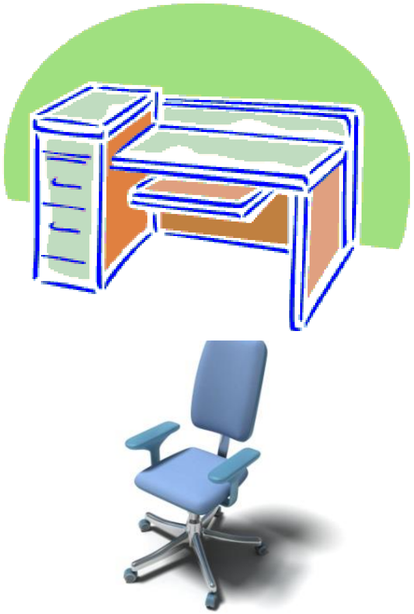


http://www.instructables.com/id/
Pointillist-Painting-Robot-Arm/

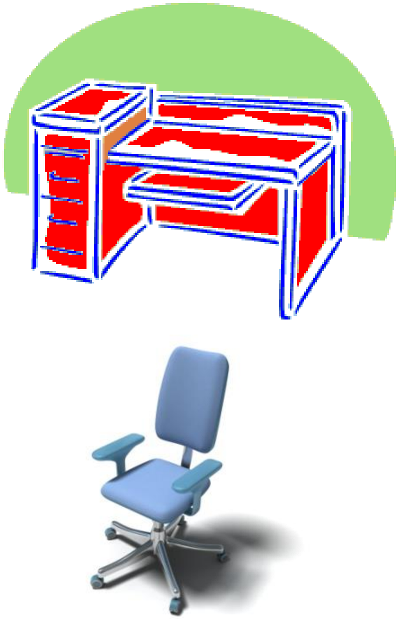
Predikátum kalkulus hogyan vethető be a környezetét alakító intelligens rendszer leírására?

Ehhez szükséges:
- Idő múlásának ábrázolása.
- Ágens cselekvéseinek leírása.
- Környezet változása a cselekvés hatására.

A festő ágens problémája



http://technologygads.blogspot
.hu/search/label/robot%20kits

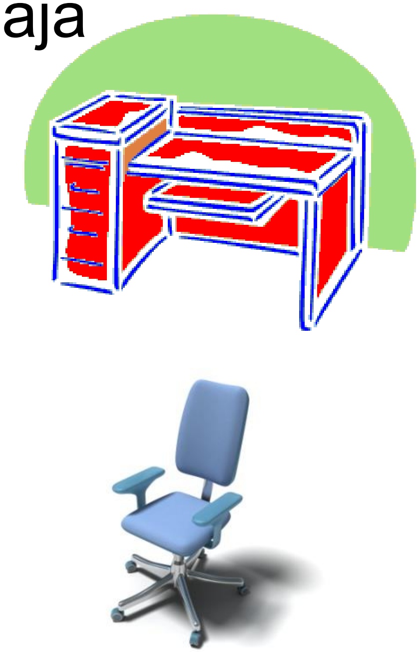


- Az ágens világában egy asztal és egy szék van.
- Ágens bútort kizárólag pirosra festhet.
- Egyik bútor sem piros, de csak az asztalt szeretnénk pirosnak.

Hogyan írjuk le logikával, hogy milyen világgal szembesül az ágens, és milyen világot hagy maga után?

Ráadásul legyen ez a leírás kellően általános is (és értelmesen kezelhető is).

A festő ágens problémája

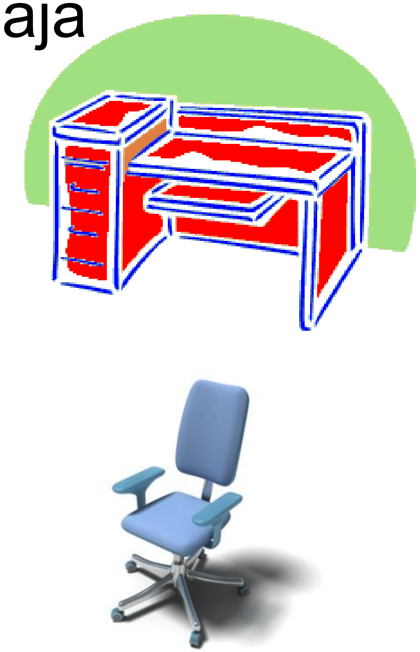


kék(Szék)
$\neg$ piros(Asztal) → kék(Szék)
piros(Asztal)

volt? lesz?

Ellentmondás!

A festő ágens problémája



kék(Szék, S1)
¬ piros(Asztal, S1)

kék(Szék, S2)
piros(Asztal, S2)

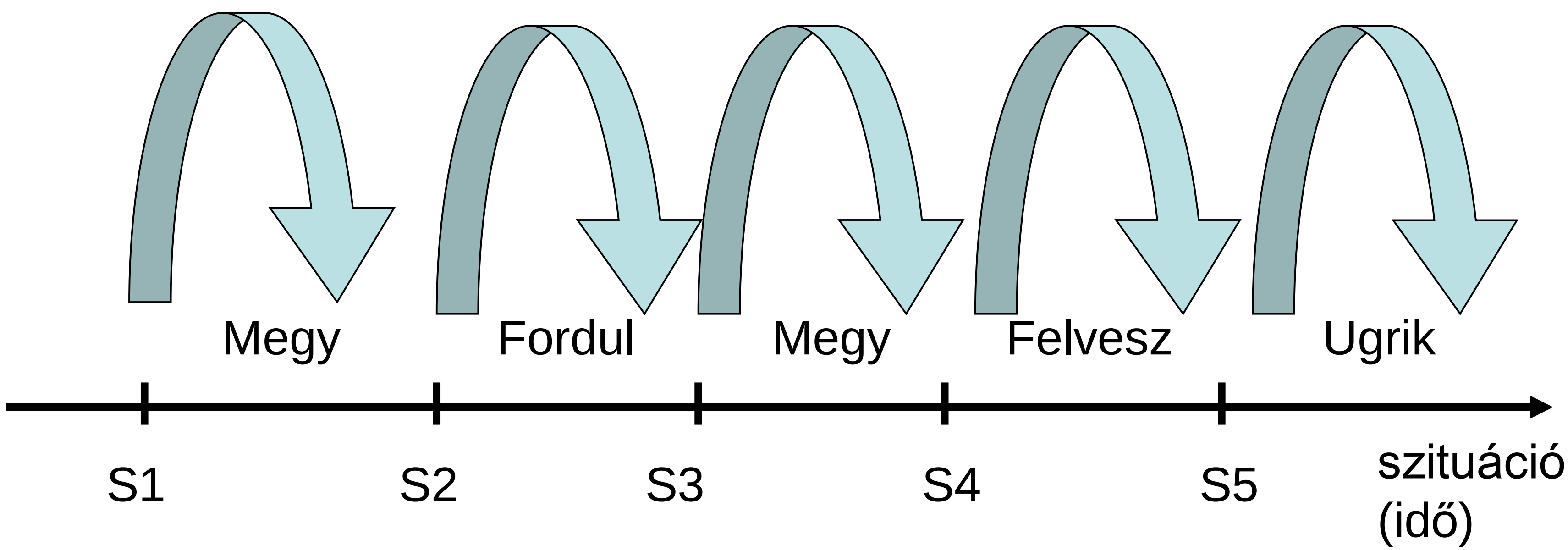
S1 objektum → S2 objektum

S2 = eredmény(Átfest, S1)

Szituáció kalkulus

- a változások leírásának egy módja az elsőrendű logikában.
  - a világ múlása **szituációk** sorozatából áll
  - mindegyike egy „pillanat felvétel” a világ állapotáról
  - egy-egy szituációban egy tény igaz, vagy hamis, **változhat**!

  fluent = „**folyékony esemény**” (pl. piros(Szék, σ))



Hatás axiómák

$\forall$s. szobában(Ágens,s) $\wedge \neg$piros(Asztal,s)
$\rightarrow$ piros(Asztal,eredmény(Megfest,s))

$\forall$s. szobában(Ágens,s) $\rightarrow \neg$szobában(Ágens,eredmény(Kimegy,s))

$\forall$s ott(Arany,s) $\wedge$ vihető(Arany)
$\rightarrow$ birtokol(Arany,eredmény(Megfogás,s))

$\forall$ x, s $\neg$ birtokol (x, eredmény (Elenged, s))

Sajnos ez nem elég! Szükség van még …..

Keret axiómák

$\forall$a, s. $\neg$piros(a,s) $\wedge$ (a $\neq$ Asztal) $\rightarrow \neg$piros(a,eredmény(Megfest, s))

$\forall$ a, x, s. birtokol (x, s) $\wedge$ (a $\neq$ Elenged) $\rightarrow$ birtokol (x, eredmény(a, s))

$\forall$ a, x, s. $\neg$birtokol (x, s) $\wedge$ (a $\neq$ Megfogás $\vee$ $\neg$ (ott(x, s) $\wedge$ vihető(x))
$\rightarrow \neg$ birtokol (x, eredmény (a, s))

Tervkészítés következtetéssel szituációkalkulusban példa

Legyen a feladat nyelvezete:

Ágens szobában van, *S* szituációban: *szoba(Ágens, S)*
asztal színe piros, *S* szituációban: *piros(Asztal, S)*

Mivel más objektum nincs is, le lehet rövidíteni:
ágens szobában van, *S* (kezdeti) szituációban: *szoba*(*S*)
asztal színe piros, *S* (kezdeti) szituációban: *piros(S)*

Ágens cselekvései legyenek: "**Bemegy**", "**Kimegy**", "**Átfest**".

Jelen helyzet: 1. $\neg$*szoba(S)*
2. $\neg$*piros(S)*

azaz az ágens szobán kívül van, szobában az asztal nincs pirosra átfestve.

Probléma: a kívánt helyzet az, hogy az asztal piros legyen és az ágens szobán kívül legyen. Ágensünk képes ezt megvalósítani?
Létezik egyáltalán egy ilyen helyzet?

Hatás axiómák (avagy az ágens kényszercselekedetei)

$\forall \sigma.\ \neg\, szoba(\sigma) \wedge \neg\, piros(\sigma) \rightarrow szoba(eredmény(Bemegy,\ \sigma))$
$\forall \sigma.\ szoba(\sigma) \wedge \neg\, piros(\sigma) \rightarrow piros(eredmény(Atfest,\ \sigma))$
$\forall \sigma.\ szoba(\sigma) \wedge piros(\sigma) \rightarrow \neg\, szoba(eredmény(Kimegy,\ \sigma))$
$\forall \sigma.\ szoba(\sigma) \rightarrow \neg\, szoba(eredmény(Kimegy,\ \sigma))$
$\forall \sigma.\ \neg szoba(\sigma) \rightarrow szoba(eredmény(Bemegy,\ \sigma))$
...

Mitől lesz ilyen? Ha ilyennek megtervezzük és implementáljuk

Keret axiómák (buta formában)

$\forall \sigma.\ szoba(\sigma) \rightarrow szoba(eredmény(Atfest,\ \sigma))$
$\forall \sigma.\ piros(\sigma) \rightarrow piros(eredmény(Bemegy,\ \sigma))$
$\forall \sigma.\ piros(\sigma) \rightarrow piros(eredmény(Kimegy,\ \sigma))$
$\forall \sigma.\ \neg piros(\sigma) \rightarrow \neg\, piros(eredmény(Kimegy,\ \sigma))$
$\forall \sigma.\ \neg piros(\sigma) \rightarrow \neg\, piros(eredmény(Bemegy,\ \sigma))$
…

Probléma: a kívánt helyzet az, …. **létezik egyáltalán?**

$\exists \sigma.\ \neg szoba(\sigma) \wedge piros(\sigma)$?

Legyen egy további rövidítés: $B(s) = eredmény(Bemegy, s)$
$K(s) = eredmény(Kimegy, s)$
$A(s) = eredmény(Átfest, s)$

Ne felejtsük, hogy a beszédes logikai nevek nem a gépnek szólnak, hanem az embereknek, és a gépi eljárásra nincsenek hatással.

Átírással klóz formára:

1. $\neg szoba(S)$
2. $\neg piros(S)$
3. $szoba(\sigma 1) \vee piros(\sigma 1) \vee szoba(B(\sigma 1))$
4. $\neg szoba(\sigma 2) \vee piros(\sigma 2) \vee piros(A(\sigma 2))$
5. $\neg szoba(\sigma 3) \vee \neg piros(\sigma 3) \vee \neg szoba(K(\sigma 3))$
6. $\neg szoba(\sigma 4) \vee szoba(A(\sigma 4))$
7. $\neg szoba(\sigma 5) \vee \neg szoba(K(\sigma 5))$
8. $szoba(\sigma 6) \vee szoba(B(\sigma 6))$
9. $\neg piros(\sigma 7) \vee piros(B(\sigma 7))$
10. $\neg piros(\sigma 8) \vee piros(K(\sigma 8))$
11. $piros(\sigma 9) \vee \neg piros(K(\sigma 9))$
12. $piros(\sigma 10) \vee \neg piros(B(\sigma 10))$
13. $piros(\sigma 11) \vee piros(A(\sigma 11))$
14. $szoba(\sigma 12) \vee \neg piros(\sigma 12)$

Ne felejtsük, hogy a beszédes logikai nevek nem a gépnek szólnak, hanem az embereknek, és a gépi eljárásra nincsenek hatással.

Átírással klóz formára:

1. $\neg y(S)$
2. $\neg x(S)$
3. $y(\sigma 1) \vee x(\sigma 1) \vee y(Z1(\sigma 1))$
4. $\neg y(\sigma 2) \vee x(\sigma 2) \vee x(Z2(\sigma 2))$
5. $\neg y(\sigma 3) \vee \neg x(\sigma 3) \vee \neg y(Z3(\sigma 3))$
6. $\neg y(\sigma 4) \vee y(Z2(\sigma 4))$
7. $\neg y(\sigma 5) \vee \neg y(Z3(\sigma 5))$
8. $y(\sigma 6) \vee y(Z1(\sigma 6))$
9. $\neg x(\sigma 7) \vee x(Z1(\sigma 7))$
10. $\neg x(\sigma 8) \vee x(Z3(\sigma 8))$
11. $x(\sigma 9) \vee \neg x(Z3(\sigma 9))$
12. $x(\sigma 10) \vee \neg x(Z1(\sigma 10))$
13. $x(\sigma 11) \vee x(Z2(\sigma 11))$
14. $y(\sigma 12) \vee \neg x(\sigma 12)$

És az eredmény: Az ágens igenis képes megvalósítani a feladatot, ráadásul $\sigma 12$ állapotban. Mi is ez az állapot?

σ12 = K(A(B(S))) =

eredmeny(**Kimegy**,
eredmeny(**Átfest**,
eredmeny(**Bemegy**, **S**)))

Megvalósítja (akkor meglesz a kívánt állapot), ha:

Bemegy → **Átfest** → **Kimegy**

S --------------- S1 ------------- S3 --------------- S4 (szituációk)

cselekvési sorozatot visz véghez.

A szükséges cselekvési sorozatot tehát előre logikailag kitervelte.