

## 9. Gyakorlat

### Modellalapú jelfeldolgozás

1. Adja meg annak a jelnek a diszkrét időfüggvényét, amelyet az  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1-j}{2}, \frac{1+j}{2}, \frac{1}{2})$  értékű Fourier transzformált jellemez!

**Megoldás:**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}0n} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}1n} + \frac{1-j}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}2n} + \frac{1+j}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}3n} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}4n} = \\ & = \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}0n} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}1n} + \frac{1}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{5}1n} + \frac{1-j}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}2n} + \frac{1+j}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{5}2n} = \\ & = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}1n} + \frac{1}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{5}1n} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}2n} + \frac{1}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{5}2n} - \frac{j}{2} * e^{j\frac{2\pi}{5}2n} + \frac{j}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{5}2n} = \\ & = \frac{1}{2} + \cos\left(\frac{2\pi}{5}n\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}n\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5}n\right) \end{aligned}$$

2. Adja meg annak a jelnek a diszkrét időfüggvényét, amelyet az (1,1,1,1,1) értékű Fourier transzformált jellemez (max. 3 pont)!

**Megoldás:**

$$\begin{aligned} & 1 * e^{j\frac{2\pi}{5}0n} + 1 * e^{j\frac{2\pi}{5}1n} + 1 * e^{j\frac{2\pi}{5}2n} + 1 * e^{j\frac{2\pi}{5}3n} + 1 * e^{j\frac{2\pi}{5}4n} = \\ & = 1 * e^{j\frac{2\pi}{5}0n} + 1 * e^{j\frac{2\pi}{5}1n} + 1 * e^{-j\frac{2\pi}{5}1n} + 1 * e^{j\frac{2\pi}{5}2n} + 1 * e^{-j\frac{2\pi}{5}2n} = \\ & = 1 + 2\cos\left(\frac{2\pi}{5}n\right) + 2\cos\left(\frac{4\pi}{5}n\right) \end{aligned}$$

3. Jellemezze az  $\frac{1}{N}(1-z^{-N})\frac{z^{-1}}{1-z^{-2}}(1+z^{-N})$  átviteli függvényű diszkrét rendszer amplitúdó- és fáziskarakteristikáját a vonatkozó összefüggések levezetésével és grafikus illusztrációval!

**Megoldás:**

Az átviteli függvény  $\frac{1}{N}(1-z^{-2N})\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})(1+z^{-1})}$  alakú, ami a frekvenciatartományban

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} e^{-jN\omega T} (e^{jN\omega T} - e^{-jN\omega T}) \frac{e^{-j\omega T}}{e^{-j\frac{1}{2}\omega T} (e^{j\frac{1}{2}\omega T} - e^{-j\frac{1}{2}\omega T}) e^{-j\frac{1}{2}\omega T} (e^{j\frac{1}{2}\omega T} + e^{-j\frac{1}{2}\omega T})} \\ & = \frac{1}{2N} e^{-jN\omega T} \frac{\sin N\omega T}{\sin \frac{\omega T}{2} \cos \frac{\omega T}{2}} \end{aligned}$$

Az amplitúdókaraktisztika:

$$\frac{1}{2N} \left| \frac{\sin N\omega T}{\sin \frac{\omega T}{2} \cos \frac{\omega T}{2}} \right|$$

Ez az amplitúdókaraktisztika hasonlóan néz ki, mint a  $2N$  szélességű csúszó ablakos átlagoló amplitúdókaraktisztikája azzal a különbséggel, hogy a mintavételi frekvencia felénél is egységnyi az átvitel.

A fáziskaraktisztika:  $-N\omega T$ ,  $\pi$  fázisugrásokkal ott, ahol  $\sin N\omega T$  előjelet vált, kivéve azokat a helyeket, ahol  $\sin \frac{\omega T}{2} \cos \frac{\omega T}{2}$  is előjelet vált.

4. Vezesse le a  $j(1 - z^{-N}) \left[ \frac{z_m z^{-1}}{1 - z_m z^{-1}} - \frac{z_m^{-1} z^{-1}}{1 - z_m^{-1} z^{-1}} \right]$  átviteli függvényű szűrő impulzusválaszának diszkrét időfüggvényét  $z_m = e^{j\frac{2\pi}{N}m}$  esetére! Adja meg a számértékeket is  $N = 5$ ,  $m = 2$  esetére!

**Megoldás:**

A szűrő átviteli függvénye a sorfejtést követően:

$H(z) = a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N}$ , ahol  $a_i = -(z_m^i - z_m^{-i}) = -2 \sin\left(\frac{2\pi}{N}mi\right)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , mert a sorfejtés együtthatói  $N$ -re periodikusak, ezért a  $N$  lépésű eltolás következtében  $N$  lépés után a tagok egymást kiejtik. Ezzel az impulzusválasz:

$$y(0) = 0, y(n) = -2 \sin\left(\frac{2\pi}{N}mn\right), n = 1, 2, \dots, N$$

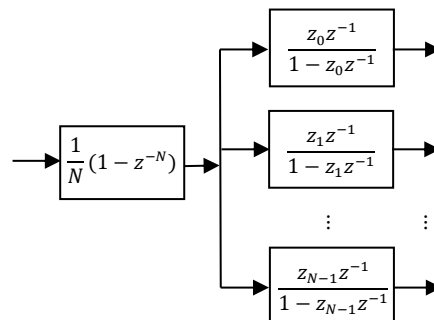
A numerikus értékek:

$$0, -2 \sin\left(\frac{2\pi}{5}2\right) = -1.176, -2 \sin\left(\frac{2\pi}{5}4\right) = 1.902, -2 \sin\left(\frac{2\pi}{5}6\right) = -1.902, -2 \sin\left(\frac{2\pi}{5}8\right) = 1.176, 0$$

5. Adja meg annak a jelnek a diszkrét időfüggvényét, amelyet az  $\left(1, \frac{1-j}{2}, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{1+j}{2}\right)$  értékű Fourier transzformált jellemez! A Lagrange struktúra alkalmazásával készítsen olyan „berendezést” (jelfeldolgozó eljárást), amelyik képes ezen diszkrét időfüggvény harmonikus komponenseinek kiszűrésére! Adja meg a struktúra fokszámát és egyéb paramétereit! Vonja össze a konjugált komplex rezonátor pólusokhoz tartozó csatornákat! Az összevonás után hány mérőcsatornája lesz a berendezésnek? Rajzolja le valamennyi mérőcsatorna amplitúdókarakterisztikáját a nulla frekvenciától a mintavételi frekvenciáig terjedő tartományban!

**Megoldás:**

$$\begin{aligned} & 1 * e^{j\frac{2\pi}{6}0n} + \frac{1-j}{2} * e^{j\frac{2\pi}{6}1n} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{6}2n} + 0 * e^{j\frac{2\pi}{6}3n} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{6}4n} + \frac{1+j}{2} * e^{j\frac{2\pi}{6}5n} = \\ & = 1 * e^{j\frac{2\pi}{6}0n} + \frac{1-j}{2} * e^{j\frac{2\pi}{6}1n} + \frac{1+j}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{6}1n} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{6}2n} + \frac{1}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{6}2n} = \\ & = 1 + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{6}1n} + \frac{1}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{6}1n} - \frac{j}{2} * e^{+j\frac{2\pi}{6}1n} + \frac{j}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{6}1n} + \frac{1}{2} * e^{j\frac{2\pi}{6}2n} + \frac{1}{2} * e^{-j\frac{2\pi}{6}2n} = \\ & = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{6}n\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{6}n\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{6}n\right) \end{aligned}$$



$N = 6$ ,  $z_m = e^{j\frac{2\pi}{6}m}$ ,  $m = 0, 1, \dots, 5$ . Az  $m = 1$  és az  $m = 5$ , valamint az  $m = 2$  és  $m = 4$  indexűek összevonhatók, ezzel összesen 4 mérőcsatorna azonosítható:  $0, f_m/6, f_m/3$  és  $f_m/2$  frekvenciákon.

## Méréselmélet gyakorlat, 2022. április 13.

---

Az amplitúdókarakterisztikákat az alábbi ábra szemlélteti:  $0$ ,  $f_m/6$  és  $f_m/3$  frekvenciákra  $-f_m/2$  és  $f_m/2$  tartományban (a jegyzet ábráját nem rajzoltam újra a feladatnak megfelelően):

