

Digitális technika I. (vimia102)

2. gyakorlat: Boole algebra, logikai függvények, kombinációs hálózatok alapjai

Elméleti anyag:

- Az általános digitális gép: memória + kombinációs hálózat
- A Boole algebra axiómái: a halmaz és a műveletek; a műveletek tulajdonságai, a dualitás elve
- A Boole algebra fontos tulajdonságai: idempotencia, elnyelés, asszociativitás, De Morgan azonosság
- Kétértékű logikai függvények: számuk, a kétváltozós kétértékű függvények és a hozzájuk tartozó kapcsolási szimbólumok Egy bites bináris teljes összeadó tervezése
- Kombinációs hálózatok leírási formái: algebrai alak, igazságtábla, algebrai normál alakok (diszjunktív és konjunktív, minterm, maxterm, rövid alak), Karnaugh tábla
-

Irodalom:

Benesóczky Zoltán: Boole algebra, logikai függvények (2004), elektronikus jegyzet http://home.mit.bme.hu/%7Ebenes/oktatas/dig-jegyz_052/boole_alg-logf.pdf
Arató Péter: Logikai rendszerek tervezése (jegyzet), 1., 2.1., 2.2. fejezetek

Gyakorló példák:

2.1. Igazolja az alábbi azonosságokat a Boole algebra axiómáihoz és a belőlük levezetett „ismert” tulajdonságaihoz visszanyúlva!

- a/ $A + \overline{A} \cdot B = A + B$
b/ $A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$
c/ $A \cdot B + \overline{A} \cdot C = (A + C) \cdot (\overline{A} + B)$

2.2. Milyen helyettesítési értékek mellett áll fenn az alábbi egyenlőség (négy példa!)?

- a/ $A \cdot B \cdot C = A + B + C$ b/ $A \cdot B \cdot C = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$
c/ $\overline{(A \cdot B \cdot C)} = A + B + C$ d/ $(A \cdot B) \bmod 2 C = B$

2.3. Hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket, felhasználva a Boole algebra közismert tulajdonságait!

- $Y1 = \overline{A} + A \cdot B \cdot \overline{C} + (\overline{A} + A \cdot B \cdot \overline{C}) \cdot (A + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C)$;
 $Y2 = \overline{((A \cdot B + C \cdot D) \cdot (A \cdot \overline{C} + B \cdot \overline{D}))}$;
 $Y3 = B \cdot (A \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{C}) + A \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot C$;
 $Y4 = A \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C + D \cdot (\overline{A} + \overline{B}) + \overline{A} \cdot C \cdot D$

2.4. Tervezzen „tiltott NBCD kódot” felismerő hálózatot!

A hálózat feladata, hogy a kimenetén jelezze, ha a bemenetére érkező ABCD négybites kód ≥ 1010 -nál.

2.5. Tervezzen kétbemenetű programozható kaput!

A hálózatnak két adatbemenete (a, b) és két funkcióbemenete (f, g) van. A kapu a funkciókódjától függően a következő módon viselkedjen:

fg = 00: a AND b
fg = 01: a NAND b
fg = 10: a
fg = 11: b

Törekedjen arra, hogy a felhasznált "szumma kapubemenetszám" lehetőleg kevés legyen! Mennyivel sikerült megoldania?

2.6. Tervezzen komparátor sejtet!

Az áramkörnek két adatbemenete (ai, bi), három „kaskádosító” bemenete (a<b, a=b, a>b) és három „kaskádosító” kimenete (A<B, A=B, A>B) van.

Nehéz példák az érdeklődőknek:

2.n1. Egy gyilkosság nyomozása során a következő információk gyűltek össze:
A gyilkosról kizárható, hogy

1. kék szemű ÉS sportos;
2. fekete hajú ÉS alacsony ÉS NEM kékszemű;
3. NEM fekete hajú ÉS NEM alacsony ÉS sportos;
4. NEM fekete hajú ÉS sportos és NEM kékszemű ÉS alacsony;
5. NEM fekete hajú ÉS NEM sportos ÉS NEM visel tornacipőt;
6. tornacipőt visel ÉS NEM sportos;
7. fekete hajú ÉS NEM alacsony.

Végül is a rendőrség előzetes letartóztatásba helyezett három gyanúsítottat, akik közül

- az egyik feketehajú, kékszemű, alacsony és kövér állás nélküli nyomdász,
- a másik feketehajú, kékszemű, magas, sportos tenisztréner,
- a harmadik feketehajú, szürkeszemű, alacsony beteges kinézetű varrónő volt.

Mi a véleménye, szükség volt-e a három letartóztatásra?

2.n2. A szorgalmas hallgató pénzfeldobással „véletlen” logikai függvényeket állít elő:

- a. 50-50%-os valószínűséggel az **A** vagy a **B** logikai változót írja le
- b. az egész eddigi függvényt zárójelbe teszi
- c. véletlengenerál (50-50%!) logikai összeadás (+) vagy szorzás (.) műveletet,
- d. véletlengenerál **A** vagy **B** logikai változót
- e. ugrás a b. pontra jó sokáig

Mit tud mondani az előállított logikai függvényről?

Pl. egy lehetséges függvény:

$$F = ((((((A)+B).A).B)+B).A) \dots$$