

# **Logaritmikus frekvenciafelbontású szűrőtervezés audio alkalmazásokhoz**

MTA doktori értekezés tézisei

**Bank Balázs**  
egyetemi docens, Ph.D.



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék  
2021

© 2021 Bank Balázs

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék  
1117 Budapest, XI. Magyar Tudósok körútja 2.  
Honlap: <http://www.mit.bme.hu/~bank>  
Email: [bank@mit.bme.hu](mailto:bank@mit.bme.hu)

# 1. Bevezetés

Kutatásomban olyan szűrőtervezési, modellezési, és jelút-kompenzációs módszerek kidolgozásával foglalkoztam, melyek kielégítik az audio jelfeldolgozás speciális igényeit.

Az audio eszközök és alkalmazások mindennapi életünk részeivé váltak, hiszen a minket körülvevő zene- és hanghatások nagy része elektronikus eszközök által előállított vagy közvetített. Ezen alkalmazások területe a hangszintézistől (szintetizátorok, digitális gyakorlózongorák, mobiltelefon-csengőhangok, stb.) a hangvisszaadó rendszereken át (hangfelvevő és hangosító rendszerek, hifi-tornyok, autóhifi berendezések, hordozható hangszórók, televíziók) a multimédia alkalmazásokig (játékprogramok, virtuális valóság, telefonos applikációk) terjed.

A digitális jelfeldolgozás szinte minden modern audio eszközökben megjelenik, és ennek egyik legalapvetőbb formája a digitális szűrők alkalmazása. A digitális szűrők legegyszerűbb változatai a klasszikus aluláteresztő, felüláteresztő, sáváteresztő, sávzáró szűrők, melyek célja egy adott frekvenciatartomány átengedése vagy elnyomása. A szűrőtervezési feladat azonban ennél általánosabban is felírható, ahol egy tetszőleges specifikációt (pl. frekvenciamenetet vagy impulzusválaszt) legjobban közelítő szűrőt szeretnénk megalkotni adott szűrőstruktúra és számítási kapacitás (szűrő fokszám) mellett. Ezen szűrők nem csak az adott rendszer átviteli függvényének hatékony modellezésére, hanem az átvitel esetleges hibáinak kompenzációira is alkalmazhatók. Ilyen kompenzáló szűrők alkalmazásának köszönhetik az akusztikai korlátokhoz képest kimondottan jó hangminőségüket a mai mobiltelefonok, kisméretű Bluetooth hangszórók és autóhifi berendezések. Kutatásomban a szűrőtervezés ezen, tetszőleges specifikációból kiinduló ágával foglalkoztam, az audio terület igényeit figyelembe véve.

## 2. Előzmények

Az audio jelfeldolgozási algoritmusok esetén cél a minél jobb hangminőség elérése, adott számításigény mellett. A cél szubjektív jellege sajnos a szűrőtervezés kapcsán nehézségek elé állít minket, hiszen a szűrőtervező algoritmusok tipikusan valamilyen objektív hiba (pl. a célátvitel és a szűrő-átvitel négyzetes eltérése) minimalizálásán alapulnak. Audio területen azonban kialakultak olyan bevett gyakorlatok, amelyeket alkalmazva feltételezzük, hogy a jelenlegi tudásunk szerinti lehető legjobb hangminőséget érjük el.

A legfontosabb ilyen gyakorlat, hogy az audio rendszerek frekvenciamenetét logaritmikus frekvenciaskálán ábrázoljuk. Ezt az indokolja, hogy az emberi hangérzékelés a jelek frekvenciájának tekintetében közel logaritmikus (ld. pl. [Zwicker and Fastl 1990]). Ehhez kapcsolódik, hogy az akusztikai átviteli függvények (pl. egy hangszóró-terem-mikrofon alkotta rendszer átviteli függvénye) a rendszer nagy fokszámából adódóan tipikusan nagyon sok keskeny leszívást és kiemelést tartalmaznak: az ilyen, túlságosan sok – a hallásunk által jellemzően nem érzékelt – részletet tartalmazó átviteli függvényeket tipikusan simítva ábrázolják, mivel az a hangérzéssel sokkal jobb összefüggést mutat. A simítás legtöbbször logaritmikus, más néven részoktávsávós (a harmadoktávsávós felbontás a leggyakoribb). Ennek megfelelően teremhangátvitel kiegyenlítése esetén nem az eredeti, nagy részletességű átvitelt, hanem annak logaritmikusan simított változatát érdemes kompenzálni [Karjalainen et al. 2005; Cecchi et al. 2018].

A fentiekből következik, hogy audio alkalmazások esetén célszerű logaritmikus frekvencia-

felbontású szűrőket alkalmazni, azaz a szűrőket úgy tervezni, hogy a megtervezett szűrő hibája logaritmikus frekvenciaskála mentén legyen minimális. Ebből a szempontból az általános digitális jelfeldolgozás területén alkalmazott szűrőtervezési módszerek (pl. frekvenciamintavételezéses eljárás, Prony, Steiglitz-McBride) nem optimálisak, hiszen frekvenciafelbontásuk egyenletes. Ennek oka, hogy a frekvenciatartománybeli módszerek a specifikáció és a szűrő átviteli függvénye közötti hibát (általában négyzetes értelemben) lineáris frekvenciatengely mentén minimalizálják, az időtartománybeli módszerek pedig a szűrő impulzusválasza és a cél impulzusválasz közötti négyzetes hibát minimalizálják, ami a Parseval tétel értelmében az előbbivel ekvivalens. Frekvenciatartománybeli tervezéssel súlyozás, vagy megfelelő frekvenciaskála szerinti specifikációs pontok alkalmazásával elviekben bármilyen frekvenciafelbontás megvalósítható lenne, a logaritmikus frekvenciaskála azonban annyira torzított a lineárishoz képest, hogy a gyakorlatban súlyozással sem érhető el a kívánt eredmény [Waters and Sandler 1993].

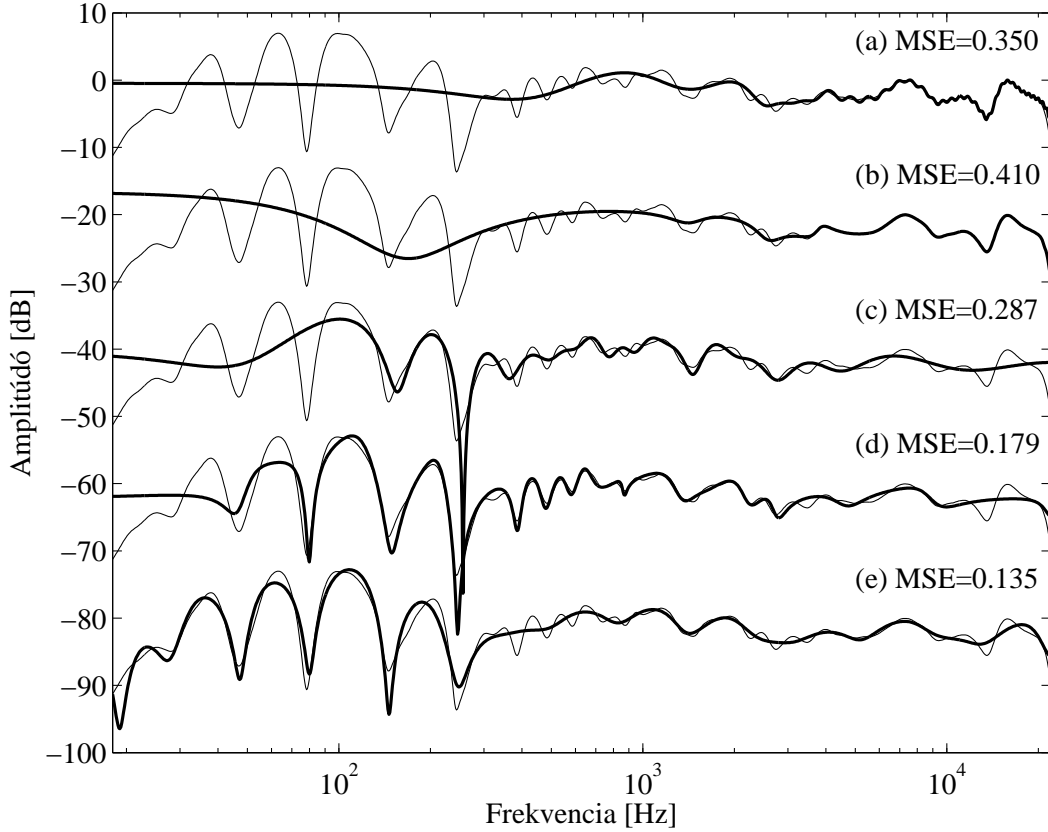
Erre mutat példát az az 1. ábra, ahol a lakószobában mért teremhang-átvitel logaritmikusan simított változatát modellezzük különböző szűrőkkel. Jól látható, hogy a 64-edfokú FIR szűrő (a) esetén a modellezés kizárólag a logaritmikus skála felső tartományában megfelelő, ami a FIR szűrők lineáris frekvenciafelbontásának egyenes következménye. A (b) görbe egy olyan esetet mutat, ahol a 32-edfokú IIR szűrő paramétereit a frekvenciatartománybeli Steiglitz-McBride algoritmus-sal határoztuk meg [Jackson 2008], mégpedig logaritmikus skálának megfelelő specifikációs pontok alkalmazásával. Ebben az esetben tehát az algoritmus a négyzetes hibát logaritmikus frekvenciatengely mentén minimalizálja, így az ábrán minden tartományban hasonló pontosságot várunk. Ezzel ellentétben a pontos modellezés itt is a nagyfrekvenciás tartományra korlátozódik.

Az elmúlt évtizedekben az általános szűrőtervező eljárások korlátait felismerve több speciális, az audio terület igényeit figyelembe vevő módszertant dolgoztak ki. A leggyakrabban alkalmazott módszertan az úgynevezett warpolt szűrőtervezés (warped filter design), ahol a frekvenciatengelyt egy mindentátesztő transzformációval torzítjuk (ld. pl. [Waters and Sandler 1993; Härmä et al. 2000]). A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy a FIR és IIR szűrők késleltetőelemeit ( $z^{-1}$ ) egyforma elsőfokú mindentátesztő szűrőkre cseréljük:

$$z^{-1} \leftarrow D(z) = \frac{z^{-1} - \lambda}{1 - \lambda z^{-1}}. \quad (1)$$

A mindentátesztő transzformáció  $\lambda$  paraméterének megfelelő megválasztásával a logaritmikus-hoz közelebbi felbontás, így a hagyományos FIR és IIR szűrőtervezéshez képest jelentős fokszámmegtakarítás érhető el audio alkalmazások esetén [Härmä et al. 2000]. A módszer további előnye, hogy az összes ismert FIR és IIR szűrőtervezési módszerrel alkalmazható: az egyetlen különbség, hogy a specifikációra a tervezés előtt a mindentátesztő transzformáció inverzét alkalmazzuk. A warpolt szűrők hátránya ugyanakkor, hogy a hagyományos FIR és IIR szűrőknél bonyolultabb szűrőstruktúrára, így nagyobb számítási kapacitásra van szükség azonos fokszám mellett.

Egy warpolt FIR és egy warpolt IIR szűrő átviteli függvénye látható az 1. (c) és (d) ábrán,  $\lambda = 0.9$  warpolási paraméter esetén. Különösen a WIIR szűrő (d) eredménye érdemel figyelmet: a hagyományos IIR szűrőhöz (b) képest logaritmikus skálán sokkal jobb eredményt ér el azonos szűrőfokszám esetén. Ugyanakkor az is látható, hogy a modellezési pontosság a frekvenciatartomány



1. ábra. Teremhang-átvitel modellezése logaritmusos frekvenciaskálán ábrázolva. Vékony vonal: hatod-oktávsávosan simított célátvitel. Vastag vonal: szűrők átviteli függvénye, (a) FIR szűrő, (b) IIR szűrő, (c) warped FIR (WFIR) szűrő, (d) warped IIR (WIIR) szűrő, (e) Kautz szűrő. A szűrők fokszáma  $N = 32$ , kivéve a FIR szűrő (a) esetében, ahol  $N = 64$ . MSE: a komplex cél- és szűrőátvitel között számolt, átlagos négyzetes hiba.

középső szakaszára korlátozódik. Ez a tartomány  $\lambda$  változtatásával eltolható, de sajnos nem létezik olyan  $\lambda$  paraméter, amely esetében a hiba a logaritmusos frekvenciatengely mentén egyenletesen oszlana el.

A Kautz szűrő a warpolás alapú szűrőtervezés általánosításának tekinthető, ahol a mindentátesztőknek nem kell egyformának lennie [Paatero and Karjalainen 2003; Karjalainen and Paatero 2007]. A Kautz szűrő a kívánt átvitelt a  $G_k(z)$  ortogonális bázisfüggvények  $w_k$ -val súlyozott lineáris kombinációjaként állítja elő:

$$H(z) = \sum_{k=1}^K w_k G_k(z) = \sum_{k=1}^K w_k \left( \frac{\sqrt{1 - p_k \bar{p}_k}}{1 - p_k z^{-1}} \prod_{j=1}^{k-1} \frac{z^{-1} - \bar{p}_j}{1 - p_j z^{-1}} \right), \quad (2)$$

így az eddigi egy szabad paraméter ( $\lambda$ ) helyett a szűrő  $p_k$  pólusainak megválasztásával a frekvenciafelbontás tetszőlegesen beállítható, a logaritmusos frekvenciafelbontás jobban közelíthető. Erre mutat példát az 1. (e) ábra, ahol a logaritmusos frekvenciaskála szerint elhelyezett pólusok logaritmusos felbontást eredményeznek: a szűrőátvitel (vastag vonal) tkp. a célátvitel (vékony vonal) simított változatának felel meg. Ez a hagyományos IIR szűrőhöz (b) képest azonos fokszám mellett jóval kedvezőbb eredményekre vezet. Az adott pontossághoz szükséges fokszám csökkenése azonban nem jelenti a számításigény azonos mérvű csökkenését: a Kautz szűrő megvalósítása

ugyanis a hagyományos IIR szűrőknél bonyolultabb, soros-párhuzamos struktúra implementációját igényli, még abban az esetben is, ha a fenti (2) komplex alakot valós alakra hozzuk [Paatero and Karjalainen 2003].

### 3. Kutatási célok és vizsgálati módszerek

#### 3.1. Motiváció és általános célkitűzés

Egy Marie Curie FP6 posztdoktori ösztöndíj segítségével a 2007-es évet a Helsinki Műszaki Egyetem (mai nevén Aalto Egyetem) Akusztikai és Audio Jelfeldolgozás Laboratóriumában tölthettem, ahol jelentős kutatások folytak mind a warpolás alapú, mint pedig a Kautz szűrőkkel kapcsolatban. Világossá vált számomra, hogy a Kautz szűrő teljes szabadságot biztosít a frekvenciafelbontás beállításában, így a nemegyenletes frekvenciafelbontású szűrőtervezési módszerek közül a leg rugalmasabbnak mondható. Ugyanakkor a hozzá kapcsolódó bonyolultabb elmélet és az összetett szűrőstruktúra miatt gyakorlati alkalmazására igen kevésbé került sor. Ekkor merült fel bennem a kérdés, hogy ha a szűrőt másodfokú tagok párhuzamos kapcsolásaként építjük fel, de azok pólusait a Kautz szűrőhöz hasonlóan előre rögzítjük, vajon megmaradnak-e a Kautz szűrő approximációs tulajdonságai. A próbálkozás sikerrel járt, így született meg a fix pólusú párhuzamos szűrő gondolata, amely a Kautz szűrőnél nem csak koncepciójában egyszerűbb, de annál kisebb számításigényhez is vezet. Ezzel egy olyan módszertant sikerült létrehoznom, amely könnyen érthető és alkalmazható, ugyanakkor adott számításigény mellett pontosabb approximációt biztosít a korábbi nemegyenletes felbontású szűrőtervezési módszerekhez (warpolt és Kautz szűrők) képest.

A fix pólusú párhuzamos szűrő (vagy rövidebb nevén párhuzamos szűrő) megalkotása után természetesen további kérdések merültek fel, melyek a módszer tulajdonságainak vizsgálatára, approximációs képességeinek javítására, valamint különböző irányú kiterjesztéseire irányultak. Mivel e további kutatási kérdések az értekezés téziseivel egységes vonulatba rendezhetők, ezért azokat az eredményekkel együtt ismertetem.

Összességében, az egységes tárgyalást és a terjedelmi korlátokat is szem előtt tartva, doktori téziseimet és doktori értekezésemet azon eredményeim alapján készítettem, melyek a fix pólusú szűrő megalkotásával, továbbfejlesztésével és kiterjesztésével kapcsolatosak. A téziseken kívül eső, de az audio szűrőtervezés témaköréhez kapcsolódó egyéb eredményemet a 6. pontban ismertetem.

#### 3.2. Alkalmazott módszertan és feltételezések

Kutatásom a lineáris rendszerek elméletéhez kapcsolódik: a szűrőtervezés gyakorlatának megfelelően célom, hogy a megalkotott (lineáris) digitális szűrőkkel a mért rendszer lineáris átvitelét minél jobban közelítsem vagy kompenzáljam. Ezt audio területen az indokolja, hogy a hangfelvevő és hangvisszaadó rendszerek tervezésénél kiemelt cél a lineáris működés, és a gyakorlatban a legtöbb audio rendszer a működési tartományában valóban lineárisnak tekinthető. A kapcsolódó eredmények között azonban látni fogjuk (6. pont), hogy a kidolgozott szűrőtervezési módszerek gyengén nemlineáris rendszerek modelljeibe is jól beilleszthetők.

Az általános szűrőtervezés területén általában két probléma merül fel: az egyik, hogy a szűrő  $H(z)$  átviteli függvényével minél jobban közelítsük a  $H_t(z)$  célátvitelt, ezt pl. egy mért rendszer

modellezésére alkalmazhatjuk. A másik tipikus feladat, hogy a  $H_s(z)$  átviteli függvénnyel leírható rendszert szeretnénk úgy kompenzálni, hogy a kiegyenlített átvitel  $H_s(z)H_{eq}(z)$  minél közelebb legyen a  $H_t(z)$  célátvitelhez. Ezt a kiegyenlítést pl. egy hangszórórendszer esetén úgy valósítjuk meg, hogy a hangszóróra küldött jelet a  $H_{eq}(z)$  kompenzáló szűrővel előszűrjük, így a szűrő az akusztikai rendszerrel gyakorlatilag sorba kapcsolódik.

A szűrőtervezési feladatok esetén a cél az, hogy az előálló átvitel, és így az annak mintáit tartalmazó  $\mathbf{h}$  vektor az előírt  $\mathbf{h}_t$  célátvitelt minél jobban közelítse, akár az idő-, akár a frekvencia-tartományban. A cél és az előálló átvitel távolságát a költségfüggvény írja le, tipikusan valamilyen norma alkalmazásával, azaz a hiba  $e = \|\mathbf{h} - \mathbf{h}_t\|$ . Általában valamilyen  $L_p$  normát alkalmaznak, miszerint

$$e = \|\mathbf{h} - \mathbf{h}_t\|_p = \left( \sum_{n=0}^{N-1} |h(n) - h_t(n)|^p \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (3)$$

Szűrőtervezés területén leggyakrabban az  $L_2$ , valamint az  $L_\infty$  normákat alkalmazzák. Az  $L_\infty$  a minimax, vagy egyenletes ingadozású tervezésnek felel meg, ezt tipikusan olyan klasszikus szűrőtervezési feladatoknál használják, mint pl. aluláteresztő vagy felüláteresztő szűrők tervezése, ahol az áteresztő és/vagy záró tartományban a hibát egy bizonyos ingadozáson belül szeretnék tartani. FIR szűrők esetében ilyen a Parks-McClellan vagy Remez algoritmus, IIR szűrők esetén pedig az analóg prototípusok alapján történő tervezés (Csebisov I és II, ill. Cauer szűrők) [Parks and Burrus 1987]. Egy adott rendszer modellezéséhez vagy kompenzálásához szükséges általános szűrőspecifikáció azonban az  $L_\infty$  minimalizálás jóval bonyolultabb (tipikusan nemlineáris) optimalizálási problémához vezet, ezért ilyen esetekben jellemzően az  $L_2$  normát (legkisebb négyzetek módszere) alkalmazzák. Az  $L_2$  norma alkalmazásának nagy előnye, hogy paramétereiben lineáris feladatok esetén egyetlen optimumot és zárt alakban megkapható megoldást jelent.

Felmerül a kérdés, hogy audio szűrők esetén az  $L_\infty$  vagy az  $L_2$  norma, esetleg valamilyen teljesen más hibakritérium lenne a megfelelőbb. Azt kijelenthetjük, hogy az  $L_\infty$  norma nem megfelelő választás, mert az átviteli függvény akár végtelenül keskeny eltérést is maximális súllyal veszi figyelembe, pedig az emberi hallás a keskeny csúcsokra és leszívásokra nem érzékeny: ahogy korábban említettük, a hangminőséget sokkal inkább az átvitel általános jellege, annak simított változata határozza meg. Az  $L_2$  normára jobban igaz, hogy a hibában csak azok az eltérések jelennek meg, amik mind sáv szélességben, mind amplitúdóban jelentősek. Egyszerűsége mellett valószínűleg ez is oka annak, hogy az audio szűrőtervezés területén az  $L_2$  norma alkalmazása a domináns. Ennek a gyakorlatnak megfelelően a dolgozatomban az  $L_2$  normát, így LS (least squares – legkisebb négyzetek módszere) tervezést alkalmaztam. Ugyanakkor fontos leszögezni, hogy a javasolt módszerek kis változtatással bármilyen más hibakritérium esetén is alkalmazhatók. Az egyszerű LS tervezés helyett pl. az iteratív újrászámított LS módszer használatával bármilyen  $L_p$  norma vagy egyéb hibafüggvény minimalizálható [Vargas and Burrus 2001; Kobayashi and Imai 1990].

Az általános szűrőtervezésben használt lineáris frekvenciaskálával ellentétben a hallás logaritmikus frekvenciafelbontását figyelembe véve adódik, hogy a hibát logaritmikus skálának megfelelő frekvenciapontok alapján számoljuk. Mivel a kidolgozott módszereket alapvetően audio alkalmazásokra szánom, dolgozatomban az átviteli függvényeket logaritmikus frekvenciaskála mentén ábrázolom, és a négyzetes hibát szintén logaritmikus skála mentén számítom, ill. minimalizálom (ld. „MSE” értékek az 1. és a 2. ábrákon). Tézisfüzetemben a „pontosabb” vagy „kisebb hibájú” kifejezéseket is ebben az értelemben használom. Érdemes azonban megjegyezni, hogy az általam

kidolgozott módszertan alkalmazásával nem csak logaritmikus, hanem tetszőleges frekvenciafelbontású szűrők tervezhetők, erre a dolgozat A.4 függelékében példákat is mutatok.

## 4. Új tudományos eredmények

### 4.1. A fix pólusú párhuzamos szűrő tervezése és tulajdonságai

Kiinduló kutatási célom a frekvenciafelbontás szempontjából legrugalmasabb módszertanhoz (a Kautz szűrőhöz) hasonló, de annál egyszerűbb módszertan létrehozása volt.

Tudjuk, hogy minden racionális alakban adott, csak egyszeres pólusokat tartalmazó  $H(z) = B(z)/A(z)$  átviteli függvény részlettörtekre bontással a következő alakra hozható:

$$H(z) = \sum_{i=1}^P c_i \frac{1}{1 - p_i z^{-1}} + \sum_{m=0}^M f_m z^{-m}, \quad (4)$$

ahol az  $f_m$  FIR rész akkor szükséges, ha a számláló fokszáma nagyobb vagy egyenlő a nevező fokszámánál. Valós együttthatós  $B(z)/A(z)$  átviteli függvény esetén a komplex pólusok konjugált párokban jelennek meg, így ezek másodfokú tagokká összevonhatók:

$$H(z) = \sum_{k=1}^K \frac{b_{k,0} + b_{k,1} z^{-1}}{1 + a_{k,1} z^{-1} + a_{k,2} z^{-2}} + \sum_{m=0}^M f_m z^{-m} \quad (5)$$

A fenti másodfokú párhuzamos alakot leggyakrabban a direkt struktúráknál jobb kerekítési tulajdonságai miatt alkalmazzák, és együttthatóit a direkt alakban megtervezett IIR szűrő részlettörtekre bontásával állítják elő [Rabiner and Gold 1975; Chen 1996].

A másodfokú szűrők általam javasolt fix pólusú tervezésénél azonban más módon járunk el: a szűrőt nem egy másik struktúrából konvertáljuk, hanem közvetlenül tervezzük. Ebben a leglényegesebb lépés, hogy a szűrők  $p_k$  pólusait, így az  $a_{k,1}$ ,  $a_{k,2}$  nevező együttthatókat előre beállítjuk (lefixáljuk). Ezek után az átviteli függvény a fennmaradó szabad paramétereiben (a nevezők  $b_{k,0}$  és  $b_{k,1}$ , ill. a FIR rész  $f_m$  együttthatói) lineáris lesz, tehát a hiányzó paraméterek a legkisebb négyzetek (LS) módszerével egy lépésben megkaphatók. (Az  $f_m$  paraméterekkel adott FIR rész alkalmazása olyan rendszerek modellezése esetén előnyös, ahol az impulzusválasz lecsengő szakaszát egy növekvő szakasz előzi meg. Ez esetben a párhuzamos FIR szűrő alkalmazásával az approximáció pontossága javítható, azonos számításigény mellett [Bank 2007]).

A pólusok fixálása első látásra megszorításnak tűnhet, a Kautz szűrőkhöz hasonlóan azonban pontosan ez teszi lehetővé, hogy a szűrő frekvenciafelbontását tetszés szerint beállíthassuk. Amennyiben egy adott frekvenciatartományban több pólust helyezünk el, ott a felbontást javítjuk, hasonlóan a Kautz szűrőkhöz. Logaritmikus skálán elhelyezett pólusok pedig – szintén a Kautz szűrőhöz hasonlóan – logaritmikus frekvenciafelbontást eredményeznek. A Kautz szűrőhöz képest azonban nagy előny, hogy a szűrőt a jól ismert párhuzamos alakban (ld. (5) képlet) implementáljuk. Ez egyszerűbb struktúrához vezet, így azonos fokszám esetén a Kautz szűrőkhöz képest 50%-kal kevesebb számítási utasításra van szükség digitális jelfeldolgozó processzoron (DSPn) történő megvalósítás esetén. Továbbá, a szűrés teljes mértékben párhuzamosítható, ami az ilyen számításokra alkalmas processzorokon (pl. GPU) jelentős sebességnövekedést eredményez [Belloch et al. 2014].



Első eredményem tehát, hogy megadtam a párhuzamos másodfokú szűrők fix pólusú tervezésének módszerét. A pólusok meghatározása után (ld. 4.2 pont) a számlálót a már említett LS módszer alapján állítjuk be. A célimpulzusválaszból kiinduló, időtartománybeli módszer mellett a cél átviteli függvényt felhasználó, frekvenciatartománybeli módszert is ismertettem. Audio alkalmazásoknál gyakran előfordul, hogy a komplex átvitel helyett csak az amplitúdómenet specifikált: erre az esetre egy iteratív LS algoritmust javasoltam, amit az amplitúdómenetből számolt minimumfázisú átviteli függvényből indítunk. Kiegyenlítő vagy kompenzáló szűrők alkalmazása esetén a cél, hogy a rendszer és a szűrő együttes átvitele (az átviteli függvényének szorzata) minél jobban közelítse a célátvitelt: erre az esetre is módszert adtam mind az idő-, mind pedig a frekvenciatartományban.

Bár a gyakorlati alkalmazások alapján világossá vált, hogy a fix pólusú szűrő a Kautz szűrővel azonos approximációhoz vezet azonos póluselrendezés esetén, szükséges volt ennek matematikai bizonyítása. A Kautz szűrő  $G_k(z)$  bázisfüggvényeinek (ld. (2) egyenlet) részlettörtekre bontásával megmutattam, hogy a két szűrő bázisfüggvényei ugyanazt a teret feszítik ki, így azonos célátvitel esetén pontosan ugyanazt az eredményt adják. A két szűrő együtthatói közötti kapcsolatot egy mátrixszorzás írja le, ami lehetőséget ad a két szűrő együtthatói közötti konverzióra.

Szintén a fix pólusú párhuzamos szűrő vizsgálatához kapcsolódik, hogy megadtam a kapcsolatot az audio területen gyakran alkalmazott részkegészítős (logaritmikus) simítással. Megmutattam, hogy amennyiben a szűrő pólusait az egységkörön helyezük el, az  $N$ -ed fokú párhuzamos szűrő impulzusválasza egy  $N$ -edfokú FIR szűrővel közelíthető, ami pedig a cél impulzusválasz  $N$  hosszú négyzetablakkal történő szorzásának felel meg: a frekvenciatartományban ez egy sinc függvénnyel történő simítást (konvolúciót) jelent. Ha különböző frekvenciatartományokban különböző pólussűrűséget állítunk be, az különböző hosszúságú (frekvenciafüggő) ablakozásnak felel meg, és így különböző szélességű sinc függvénnyel történő simításhoz vezet. Természetesen így bármilyen frekvenciafelbontás előállítható, audio területen mégis a legfontosabb, hogy logaritmikus frekvenciaskálán elhelyezett pólusok logaritmikus felbontáshoz vezetnek, azaz a szűrőátvitel a célátvitel logaritmikusán simított változatának felel meg.

Amennyiben azt a tényt tekintjük, hogy egyenletes póluselrendezés mellett tkp. egy FIR szűrőhöz jutunk, a fix pólusú párhuzamos szűrőt a FIR szűrőkkel párhuzamba állíthatjuk: az átvitel a szabad paramétereiben továbbra is lineáris, azonban a FIR szűrő eltolt egységimpulzus bázisfüggvényeit szabadon paraméterezhető, lecsengő szinuszos bázisfüggvényekre cserélve az egyenletes-től eltérő, tetszőleges frekvenciafelbontás is elérhető.

**1. tézis. Megalkottam a párhuzamos másodfokú szűrők fix pólusú tervezésének módszertanát, és megmutattam, hogy ezáltal a frekvenciafelbontás a Kautz szűrőkhöz hasonlóan tetszőlegesen beállítható, azonban a szűrés számításiigénye jelentősen csökken.**

**1.1.** Megadtam a fix pólusú párhuzamos szűrő időtartománybeli, és frekvenciatartománybeli tervezésének módszereit: a pólusok megválasztása után a számlálók mindkét esetben a legkisebb négyzetek módszerével számíthatók. Továbbá, egy csak amplitúdó alapú iteratív LS eljárást is bemutatottam, ill. közvetlen módszert adtam a kiegyenlítő szűrők tervezésére, mind az idő-, mind a frekvenciatartományban.

**1.2.** A Kautz-szűrő bázisfüggvényeinek részlettörtekre bontásával megmutattam, hogy adott póluselrendezés mellett a fix pólusú párhuzamos szűrő a Kautz-szűrővel azonos approximációhoz

vezet, azonban DSP-n történő implementáció esetén a számítási utasítások száma a felére csökkenthető. Továbbá, módszert adtam a párhuzamos szűrő együtthatóinak a Kautz paramétereiből történő számítására.

**1.3.** Megmutattam, hogy a párhuzamos szűrő fix pólusú tervezése a célátvitel komplex simításának megfelelő szűrőátvitelt eredményez, ahol a frekvenciafelbontás (a simítás mértéke) a pólusok sűrűségével közvetlenül megfeleltethető. Ha  $\vartheta$  frekvencia környékén a pólusfrekvenciák különbsége  $\Delta\theta(\vartheta)$ , akkor ez  $\Delta\theta(\vartheta)/2$  felbontású komplex simításnak felel meg. Ennek megfelelően logaritmikus frekvencia szerinti,  $1/\alpha$  oktáv pólustávolságú tervezés  $1/(2\alpha)$  oktávsváos simítást eredményez. Mivel adott pólusok esetén a Kautz szűrő is azonos approximációhoz vezet (ld. 1.2 altézis), az eredmények a Kautz szűrőre is érvényesek.

A téziscsoporthoz kapcsolódó eredményeket három folyóiratcikkekben [Bank 2008, 2011b, 2013a] és egy konferenciakikben [Bank 2007] tettem közzé.

## 4.2. Új póluselrendezési eljárások

A fix pólusú párhuzamos szűrő pólusait alapesetben a kívánt frekvenciafelbontás szerint előre megválasztjuk: ez leginkább akkor előnyös, ha egy nagyfokszámú rendszert (pl. egy terem átviteli függvényét) szeretnénk adott (pl. harmadoktávsváos) felbontás mellett modellezni vagy kiegyenlíteni, hiszen ilyenkor a szűrőátvitel a mért átvitel kívánt felbontás szerint simított változatának felel meg. A különböző póluselrendezési eljárások összehasonlítása a 2. ábrán látható, ugyanarra a célfüggvényre, mint az 1. ábrán, és itt a logaritmikus frekvenciaskálán elhelyezett pólusok esete az (a) görbén figyelhető meg. A Kautz szűrővel ekvivalens módon (1. (e) ábra) a modellezés felbontása itt is logaritmikus.

Előfordulhat azonban olyan eset is, amikor egy kisebb fokszámú rendszer eredeti, simítatlan átviteli függvényét (pl. egy hangszóró süketszobás mérését) szeretnénk minél pontosabban modellezni vagy kompenzálni, a hibát szintén logaritmikus frekvenciaskála mellett minimalizálva. Ezzel ekvivalens, ha egy nagyfokszámú rendszer átvitelének a simított, tkp. „szabadságfokban redukált” változata alapján tervezünk szűrőt. Ez esetben természetesen adódik, hogy a párhuzamos szűrő felbontását, és így a pólusait a rendszer (simított) átviteli függvényének megfelelően állítsuk be. A legegyszerűbb – ugyanakkor emberi beavatkozást igénylő, manuális – megoldás, ha azokban a tartományokban, ahol a rendszer átvitele nagyobb eltéréseket/hullámosságot mutat, finomabb felbontást írunk elő nagyobb pólussűrűség alkalmazásával, míg a simább részekben kevesebb pólust helyezünk el.

A Kautz szűrőkre kidolgozott [Paatero and Karjalainen 2003], de a párhuzamos szűrőkre is alkalmazható másik ismert módszer az, hogy a rendszer átvitele alapján egy warped IIR szűrőt tervezünk, majd a warped IIR szűrő pólusait lineáris frekvenciaskálára transzformáljuk, és ezt használjuk a párhuzamos szűrő pólusaiként. Így a warped IIR szűrővel gyakorlatilag azonos átvitelt kapunk (1. (d) ábra), azonban azt most párhuzamos másodfokú tagokkal implementáljuk. A megoldás korlátja éppen a warped szűrőtervezés korlátjában rejlik: a frekvenciafelbontás egyetlen szabad paraméter ( $\lambda$ ) segítségével hangolható, és nincs olyan  $\lambda$ , amivel a logaritmikus frekvenciafelbontás elérhető lenne. Ez látható a 2. (b) ábrán. A 2. (a)–(b) ábrák egyben azt is megmutatják, milyen szűrőapproximáció volt megvalósítható az irodalomban korábban (a Kautz szűrőkhöz) bemutatott póluselrendezési módszerekkel.

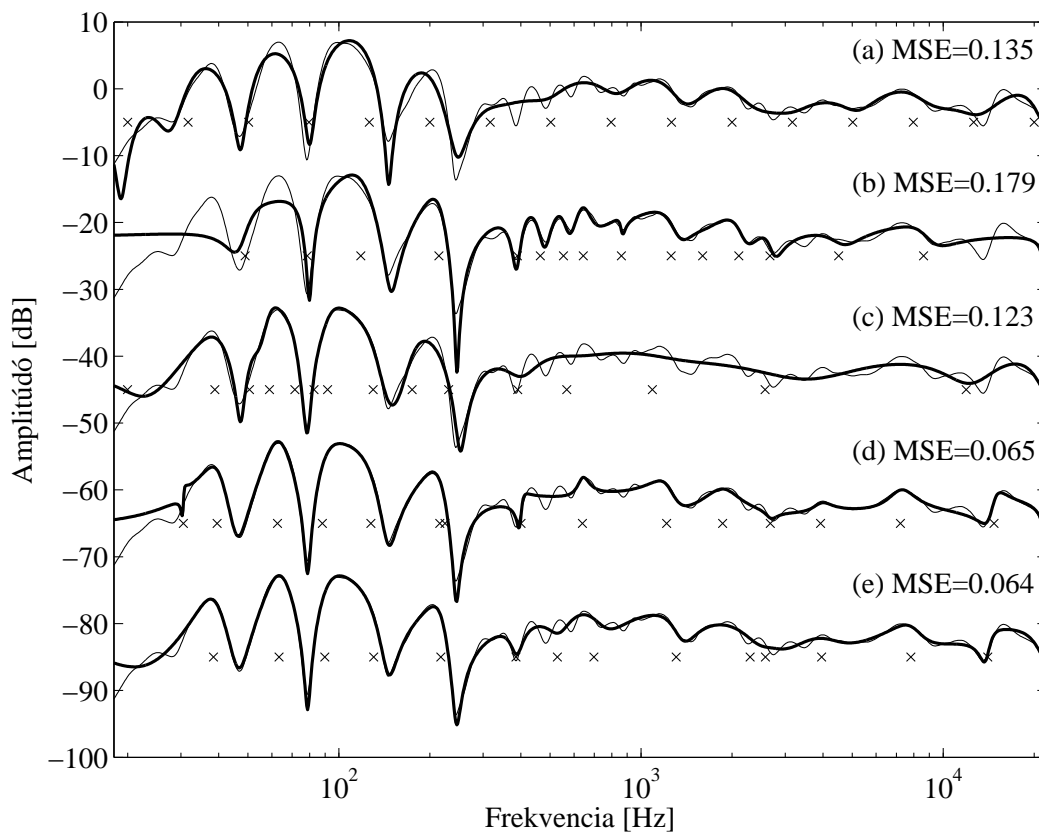
Az elérhető póluselrendezési megoldások hiányosságait felismerve olyan új póluselrendezési eljárásokat fejlesztettem ki, melyek a korábbiaknál kisebb hibához vezetnek azonos fokszám mellett. A kézzel beállított pólussűrűség alternatívájaként egy olyan módszert dolgoztam ki, amely a dB-ben ábrázolt amplitúdómenet hullámossága alapján automatikusan állítja elő a pólusfrekvenciákat. A pólusok sugarainak meghatározása pedig úgy történik, hogy a másodfokú nevezők -3dB-es pontjaiknál keresztezzék egymást. A módszer eredménye a 2. (c) ábrán látható: az algoritmus több pólust (keresztek a 2. (c) ábrán) helyez el azokban a tartományokban, ahol az átvitel hullámosabb, és ezáltal ott a felbontást automatikusan megnöveli. Az eljárás számításigénye minimális, ugyanakkor az egyszerű logaritmikus póluselrendezésnél kisebb hibájú approximációhoz vezet (vö. a 2. (a) ábra).

A warped IIR szűrőtervezésen alapuló póluselrendezést továbbfejlesztve olyan módszert ismerttettem, amely a hallható frekvenciatartomány alsó és felső részén eltérő  $\lambda$  paraméterű warped IIR szűrőket tervez. A két szűrő megtervezése után a párhuzamos szűrő pólusai a két póluskészlet uniójaként állnak elő. Ennek eredménye a 2. (d) ábrán látható: az egyszerű warpolással ellentétben (vö. 2. (b) ábra), ahol a szűrőtervezés a középső frekvenciatartományra koncentrált, a szűrő a teljes hallható frekvenciatartományban egyenletes felbontással követi a célátvitelt.

A warped IIR szűrőtervezés egy olyan változatát is kidolgoztam, ahol az elsőfokú mindentá-teresztő transzformáció helyett tetszőleges monoton karakterisztika, így logaritmikus frekvenci-atranszformáció is alkalmazható. A „custom warping” eljárás alap gondolata, hogy a specifikáció frekvenciatengelyét a kívánt módon átskálázzuk, és ez alapján tervezünk IIR szűrőt bármelyik hagyományos IIR szűrőtervezési módszerrel. Ezután a szűrő pólusait a fenti skálázás inverzével visszatranszformáljuk, és ezen pólusokat használjuk a fix pólusú párhuzamos szűrő tervezésénél. Logaritmikus transzformáció esetén a megoldás a fenti kétsávós warped tervezéshez nagyon hasonló eredményhez vezet (vö. 2. ábra (d) és (e) görbék). A „custom warping” eljárás ugyan a fenti kétsávós warped IIR tervezésnél némileg bonyolultabb, előnye azonban, hogy itt nincs szükség a két sáv szűrőfokszámának egyenkénti megadására. Emellett nagyobb szabadságot biztosít, hiszen nem csak logaritmikus, hanem tetszőleges monoton frekvenciaskála esetén alkalmazható.

**2. tézis. Új póluselrendezési módszereket dolgoztam ki, melyek mind a fix pólusú párhuzamos szűrőkre, mind pedig a Kautz-szűrőkre alkalmazhatóak, és a Kautz-szűrőkhöz korábban bemutatott eljárásoknál pontosabb approximációhoz vezetnek. Ennek eredményeképpen a javasolt módszertan a korábbi módszereknél (hagyományos IIR, warped IIR, Kautz szűrők) kisebb hibájú logaritmikus frekvenciafelbontású szűrőtervezést tesz lehetővé azonos fokszám mellett.**

**2.1.** A manuális póluselrendezés alternatívájaként kidolgoztam a célátvitel hullámosságán alapuló póluselrendezési módszert. Az eljárás a kívánt felbontásúra simított célátvitel hullámainak „sűrűsége” alapján állítja be a pólussűrűséget, ami a kritikus frekvenciatartományokban több pólust, így jobb felbontást eredményez. Emellett megadtam a pólusok sugarainak számítási módját, ami tetszőleges pólusfrekvencia-készlet esetén alkalmazható.



2. ábra. Teremhang-átvitel modellezése fix pólusú párhuzamos szűrővel különböző póluselrendezési módszerek esetén. Vékony vonal: hatod-oktávsávosan simított célátvitel, vastag vonal: szűrők átviteli függvénye. A pólusfrekvenciákat keresztek jelölik. A 32-edfokú fix pólusú párhuzamos szűrő pólusai (a) logaritmus frekvenciaskálán elhelyezve, (b) egyszerű warped IIR tervezés alapján, (c) az amplitúdómenet hullámossága alapján elrendezve, (d) kétsávós warpolás alkalmazásával, ill. (e) a „custom warping” eljárással számítva. MSE: a komplex cél- és szűrőátvitel között számolt, átlagos négyzetes hiba.

**2.2.** Megalkottam az egyszerű warped IIR szűrő tervezésén alapuló módszer kétsávós változatát, ahol az alsó és a felső frekvenciatartományokban különböző  $\lambda$  paraméterek alkalmazásával a logaritmus skálát jobban közelítő felbontás érhető el. Ennek eredményeképpen a logaritmus skálán számolt approximációs hiba csökkenthető az egyszerű warpolás alkalmazásához képest.

**2.3.** Megalkottam a „custom warping” eljárást, ahol a warped IIR szűrő nem csak a mindentá-teresztő transzformáció skálázásának megfelelő, hanem tetszőlegesen monoton, folytonosan deriválható frekvenciatranszformáció alapján tervezhető. Az így kapott pólusok a fix pólusú párhuzamos szűrő tervezésének alapját képezik, mely így – logaritmus transzformációt alkalmazva – az egyszerű warpoláshoz képest logaritmus skálán kisebb approximációs hibához vezet.

Az eredményeket két folyóiratcikkből [Bank 2013a], [Bank and Ramos 2011]<sup>1</sup> és két konferenciakikből [Bank 2011c, 2013c] jelentettem meg.

<sup>1</sup>A cikket Germán Ramos-szal együtt publikáltuk, azonban a módszert én dolgoztam ki. Germán Ramos a korábbi módszerekkel történő összehasonlításban, valamint a cikk elkészítésében segített.

### 4.3. MIMO rendszerek modellezése és kompenzációja

Az eddigi eredményeim egybemenetű–egykimenetű (SISO) rendszerek modellezésére és kompenzációjára vonatkoztak. A következő téziseim ezen módszerek többcsatornás kiterjesztéséhez kapcsolódnak. Amennyiben a több-bemenetű–többkimenetű (MIMO) rendszert teljesen független, különböző pólusokat alkalmazó párhuzamos szűrőkkel modellezzük, a többcsatornás megvalósítás triviális feladat: az átviteli függvény mátrix egyes elemeit egycsatornás párhuzamos szűrőkkel valósítjuk meg.

Gyakran előáll azonban olyan eset is, amikor az egyes szűrők póluskészlete azonos. Ez egyrészt következhet abból, hogy az átviteli függvény mátrix minden egyes elemére azonos frekvenciafelbontást szeretnénk előírni pl. logaritmikus póluselrendezés alkalmazásával, ill. abból a tényből, hogy ha az átviteli függvény mátrix elemei egyazon lineáris rendszer különböző pontokon gerjesztett és mért átvitelekkel épülnek fel, az egyes átviteli függvények módusai, így pólusai is közösek. A közös-pólusú esetben előny, hogy mind az egybemenetű–többkimenetű (SIMO), mind pedig a több-bemenetű–egykimenetű (MISO) szűrők megvalósítása esetén elégséges a másodfokú tagok nevezőit csak egyszer megvalósítani. Több-bemenetű–többkimenetű (MIMO) rendszerek esetén ehhez elégséges, ha az átviteli függvény mátrix egyes oszlopainak vagy sorainak megfelelő szűrőknek azonosak a pólusai. A nevezők összevonása a teljes számításigényt a független szűrők alkalmazásához képest  $1/2 + 1/(2N)$  részére, azaz nagy  $N$  csatornaszám esetén közel felére csökkenti.

Előre definiált (pl. logaritmikus sűrűségű) póluselrendezés esetén a MIMO párhuzamos szűrők tervezése az eddigiektől nem különbözik: minden csatornára független szűrőt tervezünk a megadott közös póluselrendezéssel. Amennyiben azonban olyan közös pólusú szűrőkre van szükség, ahol a célátvitelek alapján szeretnénk a pólusokat megválasztani, a korábbi módszereket ki kell terjeszteni. Ezt megoldandó, megadtam a warped IIR alapú póluselrendezés közös pólusú alakját: az egyes csatornák specifikációinak frekvenciatranszformációja (warpolása) után egy közös pólusú IIR modell LS identifikációja következik [Hanson et al. 1994], az így kapott modell pólusait pedig az egycsatornás esethez hasonlóan lineáris skálára transzformáljuk. Bár az eljárást csak az egyszerű warped IIR alapú szűrőtervezés esetére alkalmaztam, az mint a kétsávós, mind a „custom warping” módszerekre egyszerűen kiterjeszthető.

Passzív rendszerek (pl. mechanikai rezgőrendszerek) modellezésénél felmerülő probléma, hogy a mért átvitelt közelítő szűrő – a mérési hibák vagy szűrőtervezés pontatlanságai miatt – energiát termelő, nem passzív modellhez vezet. Ha ezt a modellt egy nagyobb rendszer részeként alkalmazzuk, az a teljes modell stabilitását veszélyezteti. Ennek elkerülésére a MIMO párhuzamos szűrő egy olyan speciális változatát is megalkottam, amely garantálja, hogy az átviteli függvény mátrix pozitív szemidefinit legyen, azaz passzív rendszernek feleljen meg. Az általam javasolt módszer szerint az átviteli függvény mátrix skalár pozitív valós átviteli függvények pozitív szemidefinit mátrixokkal történő súlyozott összegeként áll elő. Az eredmény jelentősége, hogy megjelenése idején nem létezett olyan módszer, amely a teljes hallható frekvenciatartományban passzív szűrő illesztését tette volna lehetővé ([Woodhouse 2004] esetén pl. 1.4 kHz-ig, [Lambourg and Chaigne 1993] esetén 3 kHz-ig tartott az illesztés).

Bár egycsatornás rendszerek modellezése és kompenzációja esetén jól ismert, hogy ugyanazon pontosság IIR szűrőkkel a FIR szűrőkhöz képest jelentősen kisebb foksám mellett elérhető, az irodalom MIMO akusztikai rendszerek kompenzációjára szinte kizárólag FIR szűrőket használ,

ld. pl. [Kirkeby and Nelson 1999; Huang et al. 2007; Vindrola et al. 2019]. Ez alól tudomásom szerint a warped FIR szűrők alkalmazása az egyetlen kivétel [Kirkeby et al. 1999; Jeong et al. 2005]. Ezért van nagy jelentősége, hogy (az IIR) MIMO párhuzamos szűrőt MIMO rendszerek átviteli függvény mátrixának kiegyenlítésére alkalmaztam: megadtam az egycsatornás közvetlen kiegyenlítő-szűrő tervezés módszerének többcsatornás általánosítását, és megmutattam, hogy a paraméterbeli linearitás miatt a MIMO FIR szűrők tervezésénél ismert módszerek itt is alkalmazhatóak. A FIR szűrők IIR szűrőkre cserélése azonban az egycsatornás esethez hasonlóan itt is a foksám és a számításigény csökkenéséhez vezet.

**3. tézis. Megadtam a fix pólusú párhuzamos szűrő többcsatornás kiterjesztését, és megmutattam, hogy közös pólusok alkalmazásával jelentős számításigény-csökkenés érhető el. Megadtam az egycsatornás eljárások kiterjesztését passzív admittancia modellezés és MIMO kiegyenlítő szűrő tervezés esetére.**

**3.1.** Kidolgoztam egy olyan szűrőstruktúrát és hozzá tartozó tervezési módszert, amely alkalmas passzív MIMO rendszerek teljes hallható frekvenciatartományban történő modellezésére. A módszer leglényegesebb lépése, hogy a rendszer átvitelét pozitív szemidefinit mátrixokkal súlyozott pozitív valós átviteli függvények összegeként állítja elő. Az átviteli függvények pólusait warped közös pólusú all-pole modell illesztésével állítom elő, a pozitív szemidefinit mátrixokat pedig egy egyszerű LS becslés alkalmazásával, majd a legközelebbi pozitív szemidefinit mátrix előállításával határozom meg.

**3.2.** A kiegyenlítő szűrő közvetlen tervezésének módszertanát kiterjesztettem több-bemenetű, több kimenetű (MIMO) átviteli függvények kompenzációjára, és megmutattam, hogy a probléma paramétereiben továbbra is lineáris marad. Ezáltal a MIMO FIR szűrőtervezés esetén leggyakrabban alkalmazott LS módszer továbbra is alkalmazható, az IIR szűrőkből adódó, rugalmasan állítható frekvenciafelbontás mellett.

Az eredményeket egy folyóiratcikkben [Bank 2018b] és egy konferenciacikkben [Bank and Karjalainen 2010]<sup>2</sup> jelentettem meg.

#### **4.4. A késleltetett párhuzamos szűrő**

Akusztikai rendszerek esetén gyakori az olyan impulzusválasz, ami előbb növekszik, és csak aztán csökken, pl. a reflexiók miatt fellépő párhuzamos, különböző késleltetésű terjedési utak következtében. Ilyen esetekben a Kautz szűrőkhöz hasonlóan [Paatero and Karjalainen 2003] itt is érdemes az opcionális FIR részt ( $f_m$  együtthatók a (5) képletben) felhasználni. Ennek oka, hogy a párhuzamos szűrő bázisfüggvényei exponenciálisan lecsengő szinuszos jelek, így az impulzusválasz kezdeti, növekvő szakaszát nem képesek hatékonyan (azaz kis foksám mellett) modellezni, amit ebben az esetben egy párhuzamosan kapcsolt FIR szűrővel vesszük figyelembe [Bank 2007].

Vizsgálataim alapján kiderült azonban, hogy az ilyen, FIR részt is tartalmazó párhuzamos szűrők megvalósításakor a FIR és IIR szűrőtagok amplitúdómenetei jelentősen meghaladhatják a teljes

---

<sup>2</sup>A cikket Matti Karjalainennel együtt készítettem. A tézisben leírt szűrőtervezési módszert én alkottam meg, míg Matti Karjalainen az admittancia-szűrők reflektancia-szűrőkké történő átalakítását dolgozta ki. Ennek megfelelően a munka ez utóbbi részét sem a tézisekben, sem a dolgozatban nem ismertetem.

átvitelt, azaz a teljes átvitel tkp. a részátvitelek különbségeiből jön létre. Ennek hátránya, hogy fix-pontos számábrázolás esetén a nagy erősítésű tagok túlcsoportulásának elkerülése érdekében a szűrő bemenetét le kell skálázni, ez pedig a használható dinamikataromány, és így a jel-zaj viszony jelentős romlásához vezet. Lebegőpontos aritmetika esetén skálázás ugyan nem szükséges, hiszen az a számábrázolás miatt automatikusan megtörténik, a jel-zaj viszony romlás azonban pontosan ugyanúgy megjelenik. Továbbá bemutattam, hogy ez a probléma akkor is fellép, ha a másodfokú párhuzamos szűrőt nem az általam kidolgozott fix pólusú módszerrel tervezzük, hanem az általánosan használt módon, direkt struktúrájú, racionális törtfüggvény alakban adott IIR szűrőből bontjuk fel (ld. [Rabiner and Gold 1975; Chen 1996; Oppenheim et al. 1999]).

A kérdéskör kapcsán megmutattam, hogy a dinamikaprobléma a FIR és az IIR részek átlapolódásából ered, és egyszerűen elkerülhető, amennyiben a másodfokú IIR tagokat a FIR rész fokszámának megfelelően megkétszerezjük, azaz közvetlenül a FIR rész vége után indítjuk. Az így előálló átvitel tehát az alábbi alakú:

$$H(z) = z^{-(M+1)} \sum_{l=1}^K \frac{\tilde{b}_{k,0} + \tilde{b}_{k,1}z^{-1}}{1 + a_{k,1}z^{-1} + a_{k,2}z^{-2}} + \sum_{m=0}^M \tilde{f}_m z^{-m}. \quad (6)$$

A késleltetett alak mind fix pólusú tervezéssel, mind direkt struktúrájú IIR szűrőkből közvetlenül előállítható a korábbi eljárások kis módosításával. Amennyiben a szűrő a szokásos, (5) alakban már megtervezésre került, a megvalósítás szempontjából előnyösebb késleltetett alak paraméterei az eredeti szűrőparaméterekből is kiszámíthatóak.

Az irodalom a direkt struktúrában megtervezett általános IIR szűrők másodfokú tagokká alakítására szokásos módon a részlettörtekre bontás módszerét alkalmazza, ld. pl. [Oppenheim et al. 1999]. Szimulációkkal megmutattam, hogy nagy (száz fölötti) fokszám esetén ez még duplapon-tosságú számábrázolás esetén is numerikusan problematikus lehet, így a konvertált átvitel eltérhet az eredetitől. Ennek kiküszöbölésére egy olyan, legkisebb négyzetek módszerét alkalmazó eljárást javasoltam, ahol a másodfokú tagok pólusait továbbra is az eredeti nevező gyökeiként számítjuk, de a számlálókat a részlettörtekre bontás alkalmazása helyett úgy állítjuk be, hogy a konvertált és az eredeti szűrőimpulzusválasz közötti négyzetes hiba minimális legyen. Ezzel a módszerrel többesres fokszámú IIR szűrők is párhuzamos másodfokú tagokká alakíthatók.

**4. tézis. Megmutattam, hogy a párhuzamos szűrő késleltetett alakja, ahol a szűrő IIR részének válasza nem lapolódik át a párhuzamos FIR rész válaszával, a hagyományos struktúrához képest numerikus szempontból előnyösebb megvalósítást eredményez. Az eredmények nem csak a fix pólusú tervezés, hanem a direkt struktúrákból (racionális törtfüggvény alak) történő előállítás esetén is érvényesek. Ez utóbbi esetre egy korábbiaknál robusztusabb konverziós módszert is megadtam.**

**4.1.** Megmutattam, hogy a FIR tagot is tartalmazó párhuzamos szűrők esetén előálló dinamika-probléma és skálázási igény az IIR és FIR részek átlapolódásából következik, mind a párhuzamos szűrők fix pólusú tervezése, mind pedig a részlettörtekre bontással történő előállítás esetén. Megmutattam, hogy a probléma az IIR rész megfelelő késleltetésével elkerülhető. A késleltetett alak közvetlen tervezésének ismertetése mellett módszert adtam a hagyományos (nem késleltetett) párhuzamos szűrők késleltetett alakba történő konvertálására is.

**4.2.** Az IIR direkt struktúrák párhuzamos másodfokú tagokká alakítására egy olyan új, legkisebb négyzetek módszerén alapuló eljárást mutattam be, ami az általánosan használt, részlettörtekre bontáson alapuló módszerhez képest numerikus szempontból előnyösebb, és nagy (ezer fölötti) fokszámú IIR szűrők konverzióját is lehetővé teszi, ami a részlettörtekre bontással nem volt lehetséges.

Az eredményeket egy folyóiratcikkben [Bank 2018a] és egy konferenciacikkben [Bank and Smith 2014]<sup>3</sup> tettem közzé.

## 5. Műszaki alkotás

Doktori (Ph.D.) kutatásom a zongora fizikai modellezésével foglalkozott [Bank 2006], és az eredményeim alapján olasz kutatók felkértek, hogy vegyek részt a Viscount cég fizikai alapú digitális zongorájának (Physis Piano) fejlesztésében: ez a Roland cég hangszere után a világon a másodikként megjelent fizikai alapú digitális zongora volt. A megvalósult hangszer alapjául a doktori disszertációban ismertetett nemlineáris modális húrmodell szolgált, a hangszertest sugárzásának hatását pedig fix pólusú párhuzamos szűrők alkalmazásával oldottuk meg. A módszerekből szabadalom készült [Zambon et al. 2016], ill. az alapelveket egy folyóiratcikkben is megjelentettük [Bank et al. 2010]. A zongora különböző változatai jelenleg is gyártásban vannak: <https://www.viscountinstruments.com/musical-instruments/digital-piano/physis-piano/>

## 6. További kapcsolódó tudományos eredmények

Ebben a pontban azokat a Ph.D. fokozat megszerzése utáni tudományos eredményeimet sorolom fel, melyek a téziseimben nem szerepelnek, de az audio szűrőtervezés témaköréhez szorosan kapcsolódnak. Eredményeim egy részét más kutatókkal együtt értem el, ezt a többes szám használatával egyértelművé teszem. (Az audio szűrőtervezéshez közvetlenül nem kapcsolódó, pl. hangszintézis témakörű eredményeimet itt nem ismertetem, még akkor sem, ha a Ph.D. disszertációm elkészülte után születtek.)

**A párhuzamos szűrő megvalósítási kérdései:** A [Bank and Horváth 2017a] publikációban a fix pólusú párhuzamos szűrők és a warped IIR szűrők kvantálási zaját vizsgáltuk lebegőpontos megvalósítás esetén, és megmutattuk, hogy a párhuzamos szűrő a soros másodfokú tagokkal megvalósított warped szűrőknél kisebb kvantálási zajt eredményez, ugyanakkora számításigény mellett. A párhuzamos szűrő kvantálási zajának további csökkentésére egy olyan speciális warped másodfokú tagot javasoltunk, ahol a  $\lambda$  beállításával a kvantálási zaj optimalizálható [Bank and Horváth 2017b]. A [Horváth and Bank 2019] publikációban pedig kilenc különböző másodfokú tagok hasonlítottunk össze, és megadtuk a Chamberlin szűrő kiterjesztett változatát, ami az előbbi speciális warped tagnál is előnyösebbnek bizonyult a kvantálási zaj tekintetében. A [Belloch et

---

<sup>3</sup>Ezt a publikációt Julius O. Smith-szel együtt készítettük. Julius O. Smith a részlettörtekre bontással kapcsolatos részt írta, ill. a cikk általános elkészítésében segített. A fenti tézisekben és a dolgozat kapcsolódó fejezetében leírt eredmények az én hozzájárulásaim.



al. 2014] cikkben a párhuzamos szűrők párhuzamos architektúráján (Nvidia GPU) történő megvalósítását vizsgáltuk, és megmutattuk, hogy grafikus processzorokon történő implementáció esetén rendkívül nagy szűrési hatékonyság érhető el.

**Amplitúdóprioritásos szűrőtervezés:** A hallás tulajdonságaiból adódóan audio területen az amplitúdó modellezése és kompenzációja sokkal fontosabb, mint a fázis. Ennek megfelelően bevett gyakorlat, hogy az átviteli függvények minimálfázisú változatát modellezzük vagy kompenzáljuk, mert ekkor – ugyanakkora amplitúdóhiba mellett – kisebb fokszámú szűrőkre van szükség. Ez azonban a fázisinformáció teljes figyelmen kívül hagyásához vezet. Az általam javasolt amplitúdóprioritásos módszer [Bank 2012b, 2014] egy olyan iteratív eljárás, ahol az eredeti átviteli függvényből indulunk ki, de azokban a frekvenciatartományokban, ahol a fázist a szűrőtervező algoritmus nehezen tudja követni, az amplitúdómenetnek lesz prioritása. Az eljárás nem csak párhuzamos szűrők tervezésénél [Bank 2012b], hanem tetszőleges FIR vagy IIR szűrőtervező algoritmusmal [Bank 2014] kombinálva is használható. A fenti iteratív módszert többdimenziós esetre is kiterjesztettem, és többcsatornás teremhang-kiegyenlítésre alkalmaztam [Bank 2012a].

**Kombinált kvázi süketszobás és teremhang kiegyenlítés:** A [Bank 2013b] publikációban egy olyan módszert javasoltam, amely a terem kisfrekvenciás, modális tartományában a teljes hangszóró-teremhang átvitelt kiegyenlíti, az a fölötti frekvenciatartományban, ahol a terem a hangszínérzetbe sokkal kevésbé szól bele, csak a hangszóró tulajdonságait veszi figyelembe, és ezáltal elkerüli a teljes teremhangátvitel kompenzációjából eredő gyakorlati problémákat. A módszert később több lehallgatási pontot is figyelembevevő esetre is kiterjesztettük [Cecchi et al. 2014].

**Nagy pontosságú grafikus hangszínszabályzók párhuzamos másodfokú szűrők alkalmazásával:** A grafikus hangszínszabályzókat nem csak zenészek és hangmérnökök használják, hanem ezek felhasználói eszközökben is megjelennek, hiszen általuk az egyes frekvenciasávok hangossága könnyen beállítható. A hagyományos analóg és digitális grafikus hangszínszabályzóknál azonban a sávok nem függetlenek egymástól, ez pedig jelentős hibát okoz. A [Rämö et al. 2014] cikkben a felhasználó által megadott beállításokból interpolált amplitúdómenetre terveztünk fix pólusú párhuzamos szűrőt és ezzel a pontosságot jelentősen megnöveltük a korábbi módszerekhez képest. Ugyanennek a módszernek a hatékonyabb változatát is kidolgoztuk, ahol a szűrőtervezés számításigényét több nagyságrenddel csökkentettük a specifikáció speciális előállításával [Bank et al. 2017], ill. a súlyozott LS becslés optimalizációjával [Belloch et al. 2017]. Végül az eddigi leghatékonyabb soros alakban tervezett hangszínszabályzót alakítottuk a késleltetett párhuzamos szűrő alakjára, és egyben megadtuk a soros-párhuzamos konverzió hatékony módszerét bármilyen soros alakban adott átviteli függvény esetén [Liski et al. 2019].

**Gyengén nemlineáris rendszerek modellezése:** Az eddigiekben a modellezett rendszert lineárisnak feltételeztük, ugyanakkor az általam kidolgozott módszerek nemlineáris audio rendszerek modellezése esetén is előnyösen alkalmazhatók, hiszen jellemzően a nemlineáris modellek is rendelkeznek lineáris szűrést megvalósító blokkokkal. A [Yeh et al. 2008] cikkben egy gitárhangszóró nemlineáris viselkedését modelleztük egy statikus nemlinearitás és a fix pólusú párhuzamos szűrő kombinációjával. A [Bank 2011a] publikációban pedig polinom Hammerstein modellt alkalmaztam egy kisméretű hangszóró modellezésére. A modell párhuzamos jelutakból áll, ahol a Csebisev polinomokat párhuzamos szűrők követik, a hatékony megvalósítás érdekében közös pólusú alakban. A modellt FIR alapú polinom Hammerstein modellel is összehasonlítottuk, és azt találtuk, hogy a párhuzamos szűrőn alapuló módszer jóval kisebb számítási kapacitást igényel azonos pon-

tosság mellett [Romoli et al. 2014].

**Egyéb kapcsolódó eredmények:** A MIMO kiegyenlítés teszteléséhez gömbhangszórók átviteli függvényeire volt szükség. Ezen mérések elvégzésével azt tapasztaltuk, hogy a hangszórók vagy a mikrofonok kisméretű (1 cm-es) elmozdulása is a mérési eredmények jelentős változáshoz vezet. Mivel a pozíciók nehezen kontrollálhatók, egy olyan módszert dolgoztunk ki, ami a pozícionálási hibákat kizárólag a mérési eredményekből megbecsli, és a mért átviteli függvényeket ez alapján újraszámolja, így a hibák hatását lényegében megszünteti [Zotter and Bank 2012].

A [Ramos et al. 2017] cikkben a párhuzamos másodfokú tagok speciális alakját alkalmaztuk az emberi fej térbeli átviteli függvényeinek (HRTF) modellezésére, ahol az egyes beesési szögek között interpoláció könnyen megoldható. A speciális struktúrából adódóan az eddigi LS tervezés helyett iteratív paraméterbecslést alkalmaztunk.

## 7. Az eredmények jelentősége és hasznosíthatósága

Ebben a pontban a tézisekben összefoglalt tudományos eredményeim jelentőségét és hasznosíthatóságát ismertetem.

### 7.1. Párhuzamos szűrők fix pólusú tervezése

Vizsgálataim alapján a párhuzamos szűrők fix pólusú tervezése nagyon hatékony módszertan tetsoleges (nem egyenletes) frekvenciafelbontású szűrők tervezésére. A hatékonyság két tényezoből ered: egyrészt a warped és Kautz szűrőkhöz képest egyszerűbb szűrőstruktúrára, így alacsonyabb számításigényre van szükség azonos fokszám esetén, másrészt pedig az általam javasolt pólusrendezési eljárások alkalmazásával azonos fokszám esetén is pontosabb approximációhoz jutunk. Ennek megfelelően a párhuzamos szűrők módszertana minden olyan alkalmazásnál előnyös lehet, ahol nemegyenletes frekvenciafelbontásra van szükség.

Audio területen egyértelműen ez a helyzet, hiszen a hallásunk frekvenciafelbontása közel logaritmikus. A párhuzamos szűrőt hangszóró- és teremhangátvitel modellezésére vagy kiegyenlítésére [Bank 2008; Yeh et al. 2008; Bank 2011b; Bank and Ramos 2011; Bank 2011c, 2013a,b,c; Ramos and Bank 2013], ill. grafikus hangszínszabályzók nagy pontosságú megvalósítására alkalmaztuk [Rämö et al. 2014; Bank et al. 2017], a korábbi módszerekhez képest kisebb hibával, ill. kisebb számításigénnyel. A párhuzamos szűrő MIMO változatát pedig húszcsatornás gömbhangszóró átvitelének kiegyenlítésére [Bank 2018b], ill. a MISO közös pólusú alakját hangszórók nemlineáris tulajdonságainak hatékony modellezésére alkalmaztuk [Bank 2011a; Romoli et al. 2014].

A másik nagy alkalmazási terület a hangszintézis, ahol a párhuzamos szűrőt zongora sugárzásának modellezésére [Bank 2007; Bank et al. 2010], gitárhíd admittanciájának egydimenziós modellezésére [Bank and Karjalainen 2008], a zongora zengetőpedáljának szimulációjára [Zambon et al. 2008], valamint zongorahangok parametrikus szintézisére alkalmaztuk [Bank and Lehtonen 2010]. A párhuzamos szűrő passzív MIMO változatát a gitár admittancia mátrixának modellezésére használtuk fel [Bank and Karjalainen 2010], a módszert Maestre et al. [2013, 2017] fejlesztette tovább és vonós hangszerek (hegedű, brácsa, cselló) admittanciájának passzív szintézisére hasznosította. A MIMO párhuzamos szűrőt a zongora sugárzásának modellezésére is alkalmaztuk [Bank 2007; Bank et al. 2010], ill. alkalmazták [Zambon 2013; Gabrielli et al. 2015].

Az általam kidolgozott módszertan hatékonyságából és egyszerűségéből adódóan ipari alkalmazásokra is sor került. Ezen belül én az olasz Viscount hangszercég Physis zongorájának fejlesztésében vettem részt [Bank et al. 2010; Zambon et al. 2016]. Mivel a cégek ritkán publikálják az általuk használt módszereket, leginkább konferencián folytatott személyes kommunikációból vagy emailben írt kérdésekből tudható, hogy a módszereimre az ipar számára is hasznosnak bizonyulnak. Működő alkalmazások, amikről tudomásom van: teremhang kiegyenlítésre írt Python szkript párhuzamos szűrők alkalmazásával [Green 2012], ill. a kétsávós warpolás alapú szűrőtervezés az Audio Precision APx500 mérőrendszerben hangszórók átvitelének kalibrációjára [Kite 2013]. Emailben elhangzott kérdések alapján az Antelope audio és érdeklődött a párhuzamos szűrők alkalmazása iránt mikrofonok átvitelének modellezésére [Levin 2014].

Mivel audio területen dolgozom, az alkalmazási lehetőségek, amik bennem felmerültek, ezen területet érintik. Ugyanakkor a módszer minden olyan területen hasznos lehet, ahol a nemegyenletes frekvenciafelbontás előnyt jelent, ilyen területek felkutatása a jövőbeli terveim között szerepel. Mindenesetre a frekvenciatartománybeli rendszeridentifikáció esetén is gyakran logaritmikus frekvenciaskálán mérik az átviteli függvényeket [Pintelon et al. 1994], így érdekes lehet annak vizsgálata, hogy az általam kidolgozott módszerek ezen a területen hogyan alkalmazhatók.

A párhuzamos szűrők tervezésére használható legfontosabb MATLAB függvények és példa-programok letölthetők a <http://www.mit.bme.hu/~bank/parfilt> címről.

## 7.2. IIR szűrők párhuzamos alakba alakítása

Míg a fix pólusú szűrőtervezés, és az ezáltal hatékonyan megvalósítható logaritmikus frekvenciafelbontás alapvetően az audio terület igényeit elégíti ki, azon eredményeim, amelyek az IIR szűrők párhuzamos alakba történő alakításához kapcsolódnak, sokkal szélesebb közösségnek szólnak.

A direkt (törtfüggvény) alakban adott átviteli függvények párhuzamos másodfokú alakban történő megvalósításához leggyakrabban a részlettörtekre bontás módszerét alkalmazzák, valószínűleg azért, mert a tématerület tankönyvei és a DSP kézikönyvek is ezt tartalmazzák (az általam ismert könyvek tekintetében ez az összesre igaz). Ezért véleményem szerint különösen nagy jelentőségű, hogy megmutattam, a szokásos módszer olyan szűrőegyütthatókat eredményez, amik a túlcsondulás elkerülése érdekében a bemenőjel vagy a súlytényezők leskálázását teszik szükségessé, ez pedig a kvantálási zaj emelkedéséhez, azaz dinamikatartomány csökkenéséhez vezet. A jelenség okának feltárásán túl megmutattam, hogy a késleltetett párhuzamos alak alkalmazásával a probléma megszüntethető. Szintén jelentősnek tartom, hogy a részlettörtekre bontás alternatívájaként egy olyan, LS módszeren alapuló konverziós eljárást is megadtam, amely többeszes fokszámú szűrők párhuzamos alakítását is lehetővé teszi.

A konverziós módszert Butterworth felüláteresztő, hangszóróátvitel, ill. zongora sugárzásának modellezése esetén alkalmaztam [Bank 2018a]. Szintén a késleltetett párhuzamos szűrővé alakítást használjuk grafikus hangszínszabályzó hatékony megvalósítására [Liski et al. 2019]. Más kutatók a késleltetett párhuzamos alakot terem impulzusválaszának modellezésére a [Kereliuk et al. 2018], ill. FDN zengetőalgoritmus analízisére [Schlecht and Habets 2019; Schlecht 2020] alkalmazták. Továbbá, az FDN toolbox-ban [Schlecht 2020] az általam javasolt LS konverziós eljárást is felhasználják.

Ipari hasznosítás terén egy emailés kérdés kapcsán megtudtam, hogy a világ legnagyobb pro-audio cége, a Music Tribe Inc. a soros alakban adott átviteli függvények késleltetett párhuzamos

alakba történő alakítását tesztelte [Christensen 2018]. Bár korábban az IIR szűrők soros implementációja volt az elterjedtebb, a párhuzamos processzorarchitektúrák elterjedésével várható, hogy az ilyen környezetben jóval hatékonyabb párhuzamos megvalósítás veszi át a vezető szerepet, így valószínűsíthető, hogy az általam javasolt módszerek ipari alkalmazására is egyre többször kerül sor.

Az IIR szűrők késleltetett párhuzamos tagokká alakítására használható MATLAB függvények és példaprogramok letölthetők a <http://www.mit.bme.hu/~bank/parconv> címről.

## Hivatkozások

### A tézisekhez legszorosabban kapcsolódó saját publikációk

- Bank, B. (2007). Direct design of parallel second-order filters for instrument body modeling, *Proc. Int. Computer Music Conf.*, Copenhagen, Denmark, pp. 458–465.
- Bank, B. (2008). Perceptually motivated audio equalization using fixed-pole parallel second-order filters, *IEEE Signal Process. Lett.* **15**: 477–480.
- Bank, B. (2011b). Logarithmic frequency scale parallel filter design with complex and magnitude-only specifications, *IEEE Signal Process. Lett.* **18**(2): 138–141.
- Bank, B. (2011c). Warped IIR filter design with custom warping profiles and its application to room equalization, *Proc. 130<sup>th</sup> AES Conv., Preprint No. 8415*, London, UK.
- Bank, B. (2013a). Audio equalization with fixed-pole parallel filters: An efficient alternative to complex smoothing, *J. Audio Eng. Soc.* **61**(1/2): 39–49.
- Bank, B. (2013c). Loudspeaker and room equalization using parallel filters: Comparison of pole positioning strategies, *Proc. 51<sup>st</sup> AES Conf. on Loudspeakers and Headphones*, Helsinki, Finland.
- Bank, B. (2018a). Converting infinite impulse response filters to parallel form, *IEEE Signal Process. Mag.* **35**(3): 124–130.
- Bank, B. (2018b). Multichannel equalization and crosstalk cancellation using fixed-pole IIR filters, *J. Audio Eng. Soc.* **66**(11): 901–909.
- Bank, B. and Karjalainen, M. (2010). Passive admittance matrix modeling for guitar synthesis, *Proc. Conf. on Digital Audio Effects*, Graz, Austria, pp. 3–7.
- Bank, B. and Ramos, G. (2011). Improved pole positioning for parallel filters based on spectral smoothing and multi-band warping, *IEEE Signal Process. Lett.* **18**(5): 299–302.
- Bank, B. and Smith, J. O. (2014). A delayed parallel filter structure with an FIR part having improved numerical properties, *Proc. 136<sup>th</sup> AES Conv., Preprint No. 9084*, Berlin, Germany.

## A témakörhöz kapcsolódó további saját publikációk

- Bank, B. (2011a). Computationally efficient nonlinear Chebyshev models using fixed-pole parallel filters with the application to loudspeaker modeling, *Proc. 130<sup>th</sup> AES Conv., Preprint No. 8416*, London, UK.
- Bank, B. (2012a). Full room equalization at low frequencies with asymmetric loudspeaker arrangements, *Proc. 132<sup>nd</sup> AES Conv., Preprint No. 8593*, Budapest, Hungary.
- Bank, B. (2012b). Magnitude-priority filter design for audio applications, *Proc. 132<sup>nd</sup> AES Conv., Preprint No. 8591*, Budapest, Hungary.
- Bank, B. (2013b). Combined quasi-anechoic and in-room equalization of loudspeaker responses, *Proc. 134<sup>nd</sup> AES Conv., Preprint No. 8826*, Rome, Italy.
- Bank, B. (2014). Magnitude-priority filter design, *J. Audio Eng. Soc.* **62**(7/8): 485–492.
- Bank, B., Belloch, J. A. and Välimäki, V. (2017). Efficient design of a parallel graphic equalizer, *J. Audio Eng. Soc.* **65**(10): 817–825.
- Bank, B. and Horváth, K. (2017a). Quantization noise of warped and parallel filters using floating point arithmetic, *Proc. 142<sup>nd</sup> AES Conv., eBrief No. 337*.
- Bank, B. and Horváth, K. (2017b). Warped implementation of parallel second-order filters with optimized quantization noise performance, *Proc. 142<sup>nd</sup> AES Conv., eBrief No. 338*.
- Bank, B. and Karjalainen, M. (2008). Passive admittance synthesis for sound synthesis applications, *Proc. Acoustics'08 Paris Conf.*, Paris, France.
- Bank, B. and Lehtonen, H.-M. (2010). Perception of longitudinal components in piano string vibrations, *J. Acoust. Soc. Am. Exp. Lett.* **128**(3): EL117–EL128.
- Bank, B., Zambon, S. and Fontana, F. (2010). A modal-based real-time piano synthesizer, *IEEE Trans. Audio, Speech, and Lang. Process.* **18**(4): 809–821.
- Belloch, J. A., Bank, B., Igual, F. D., Quintana-Ortí, E. S. and Vidal, A. M. (2017). Solving weighted least squares (WLS) problems on ARM-based architectures, *The Journal of Supercomputing* **73**(1): 530–542.
- Belloch, J. A., Bank, B., Savioja, L., Gonzalez, A. and Välimäki, V. (2014). Multi-channel IIR filtering of audio signals using a GPU, *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process.*, Florence, Italy, pp. 6692–6696.
- Cecchi, S., Romoli, L., Piazza, F., Bank, B. and Carini, A. (2014). A novel approach for prototype extraction in a multipoint equalization procedure, *Proc. 136<sup>th</sup> AES Conv., Preprint No. 9048*, Berlin.
- Horváth, K. and Bank, B. (2019). Optimizing the numerical noise of parallel second-order filters in fixed-point arithmetic, *J. Audio Eng. Soc.* **67**(10): 763–771.

- Liski, J., Bank, B., Smith, J. O. and Välimäki, V. (2019). Converting series biquad filters into delayed parallel form: Application to graphic equalizers, *IEEE Trans. Signal Process.* **67**(14): 3785–3795.
- Ramos, G. and Bank, B. (2013). Low computational cost equalization and modeling of audio systems, *Proc. TecniAcustica*, Valladolid, Spain.
- Ramos, G., Cobos, M., Bank, B. and Belloch, J. A. (2017). A parallel approach to HRTF approximation and interpolation based on a parametric filter, *IEEE Signal Process. Mag.* **24**(10): 1507–1511.
- Rämö, J., Välimäki, V., and Bank, B. (2014). High-precision parallel graphic equalizer, *IEEE Trans. Audio, Speech, and Lang. Process.* **22**: 1894–1904.
- Romoli, L., Cecchi, S., Bank, B., Gasparini, M. and Piazza, F. (2014). Application of common-pole parallel filters to nonlinear models based on orthogonal functions, *Proc. 136<sup>th</sup> AES Conv., Preprint No. 9068*, Berlin.
- Yeh, D., Bank, B. and Karjalainen, M. (2008). Nonlinear modeling of a guitar loudspeaker cabinet, *Proc. Conf. on Digital Audio Effects*, Espoo, Finland, pp. 89–96.
- Zambon, S., Giordani, E., Fontana, F. and Bank, B. (2016). System to reproduce the sound of a stringed instrument. US Patent 9,293,126 B2.
- Zambon, S., Lehtonen, H.-M. and Bank, B. (2008). Simulation of piano sustain-pedal effect by parallel second-order filters, *Proc. Conf. on Digital Audio Effects*, Espoo, Finland, pp. 199–204.
- Zotter, F. and Bank, B. (2012). Geometric error estimation and compensation in compact spherical loudspeaker array calibration, *Proc. Int. Instrumentation and Meas. Conf. (IMTC12)*, Graz, Austria, pp. 2710–2715.

## Egyéb hivatkozások

- Bank, B. (2006). *Physics-based Sound Synthesis of String Instruments Including Geometric Non-linearities*, PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, Hungary. URL: <http://www.mit.bme.hu/~bank/phd>.
- Cecchi, S., Carini, A. and Spors, S. (2018). Room response equalization – A review, *Appl. Sci.* article 16.
- Chen, W. (1996). Performance of cascade and parallel IIR filters, *J. Audio Eng. Soc.* **44**(3): 148–158.
- Christensen, K. B. (2018). Personal communication (email). Music Tribe Inc.
- Gabrielli, L., Zambon, S. and Fontana, F. (2015). Parallel digital signal processing for efficient piano synthesis, *Proc. 23<sup>th</sup> Eur. Sign. Proc. Conf. (EUSIPCO)*, Nice, France.

- Green, M. A. (2012). Python open room correction. Open source Python project for miniDSP OpenDRC, URL: <https://www.minidsp.com/applications/advanced-tools/python-open-room-correction>.
- Hanson, R. J., Anderson, J. M. and Macomber, H. K. (1994). Measurements of nonlinear effects in a driven vibrating wire, *J. Acoust. Soc. Am.* **96**(3): 1549–1556.
- Härmä, A., Karjalainen, M., Savioja, L., Välimäki, V., Laine, U. K. and Huopaniemi, J. (2000). Frequency-warped signal processing for audio applications, *J. Audio Eng. Soc.* **48**(11): 1011–1031.
- Huang, Y., Benesty, J. and Chen, J. (2007). On crosstalk cancellation and equalization with multiple loudspeakers for 3-D sound reproduction, *IEEE Signal Process. Lett.* **4**(10): 649–652.
- Jackson, L. B. (2008). Frequency-domain Steiglitz-McBride method for least-squares filter design, ARMA modeling, and periodogram smoothing, *IEEE Signal Process. Lett.* **15**: 49–52.
- Jeong, J., Lee, J., Park, Y., Kim, J. and Youn, D. (2005). Design and implementation of IIR crosstalk cancellation filters approximating frequency warping, *Proc. 118<sup>th</sup> AES Conv., Preprint No. 6490*, Barcelona, Spain.
- Karjalainen, M., Paatero, T., Mourjopoulos, J. N. and Hatziantoniou, P. D. (2005). About room response equalization and dereverberation, *Proc. IEEE Workshop Appl. of Signal Process. to Audio and Acoust.*, New Paltz, NY, USA, pp. 183–186.
- Karjalainen, M. and Paatero, T. (2007). Equalization of loudspeaker and room responses using Kautz filters: Direct least squares design, *EURASIP J. on Advances in Sign. Proc., Spec. Iss. on Spatial Sound and Virtual Acoustics* **2007**: 13. Article ID 60949, doi:10.1155/2007/60949.
- Kereliuk, C., Herman, W., Wedelich, R. and Gillespie, D. J. (2018). Modal analysis of room impulse responses using subband ESPRIT, *Proc. Conf. on Digital Audio Effects*, Aveiro, Portugal.
- Kirkeby, O. and Nelson, P. A. (1999). Digital filter design for inversion problems in sound reproduction, *J. Audio Eng. Soc.* **47**(7/8): 583–595.
- Kirkeby, O., Rubak, P., Johansen, L. G. and Nelson, P. A. (1999). Implementation of cross-talk cancellation networks using warped FIR filters, *Proc. AES 16<sup>th</sup> Int. Conf.*, Rovaniemi, Finland, pp. 358–365.
- Kite, T. (2013). Personal communication (email). Audio Precision Inc.
- Kobayashi, T. and Imai, S. (1990). Design of IIR digital filters with arbitrary log magnitude function by WLS techniques, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* **38**(2): 247–252.
- Lambourg, C. and Chaigne, A. J. (1993). Measurements and modeling of the admittance matrix at the bridge in guitars, *Proc. Stockholm Music Acoust. Conf.*, Stockholm, Sweden, pp. 448–453.
- Levin, I. (2014). Personal communication (email). Antelope Audio Inc.

- Maestre, E., Scavone, G. P. and Smith, J. O. (2013). Digital modeling of bridge driving-point admittances from measurements on violin-family instruments, *Proc. Stockholm Music Acoust. Conf.*, Stockholm, Sweden, pp. 101–108.
- Maestre, E., Scavone, G. P. and Smith, J. O. (2017). Joint modeling of bridge admittance and body radiativity for efficient synthesis of string instrument sound by digital waveguides, *IEEE Trans. Audio, Speech, and Lang. Process.* **25**(5): 1128–1139.
- Oppenheim, A. V., Schaffer, R. W. and Bruck, J. R. (1999). *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA.
- Paatero, T. and Karjalainen, M. (2003). Kautz filters and generalized frequency resolution: Theory and audio applications, *J. Audio Eng. Soc.* **51**(1–2): 27–44.
- Parks, T. W. and Burrus, C. S. (1987). *Digital Filter Design*, John Wiley and Sons, USA.
- Pintelon, R., Guillaume, P., Rolain, Y., Schoukens, J. and Hamme, H. V. (1994). Parametric identification of transfer functions in the frequency domain—a survey, *IEEE Trans. Automatic Control* **39**(11): 2245–2260.
- Rabiner, L. R. and Gold, B. (1975). *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- Schlecht, S. J. (2020). FDNTB: The deedback delay network toolbox, *Proc. Conf. on Digital Audio Effects*, Vienna, Austria, pp. 211–218.
- Schlecht, S. J. and Habets, E. A. P. (2019). Modal decomposition of feedback delay networks, *IEEE Trans. Signal Process.* **67**(20): 5340–5351.
- Vargas, R. A. and Burrus, C. S. (2001). On the design of  $L_p$  IIR filters with arbitrary frequency response, *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process.*, Vol. 6, Salt Lake City, Utah, USA, pp. 3829–3832.
- Vindrola, L., Melon, M., Chamard, J.-C., Gazengel, B. and Plantier, G. (2019). Personal sound zones: A comparison between frequency and time domain formulations in a transportation context, *Proc. 147<sup>th</sup> AES Conv., Preprint No. 10216*, New York, USA.
- Waters, M. and Sandler, M. B. (1993). Least squares IIR filter design on a logarithmic frequency scale, *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Syst.*, pp. 635–638.
- Woodhouse, J. (2004). Plucked guitar transients: Comparison of measurements and synthesis, *Acta Acust. – Acust.* **90**(5): 945–965.
- Zambon, S. (2013). Distributed piano soundboard modeling with common-pole parallel filters, *Proc. Stockholm Music Acoust. Conf.*, Stockholm, Sweeden, pp. 641–647.
- Zwicker, E. and Fastl, H. (1990). *Psychoacoustics: Facts and Models*, Springer-Verlag, Heidelberg, Germany.