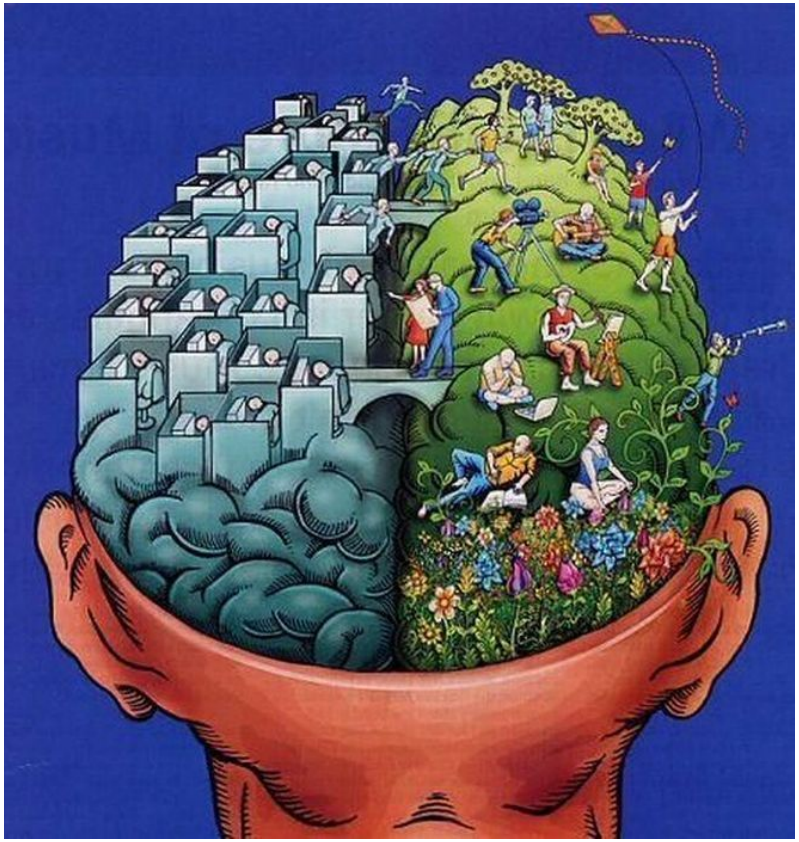
Mesterséges Intelligencia MI



Bizonytalan tudás és kezelése

Dobrowiecki Tadeusz
Eredics Péter, és mások

BME I.E. 437, 463-28-99
dobrowiecki@mit.bme.hu,
http://www.mit.bme.hu/general/staff/tade

Milyen matematikát vethetünk be, ha a tudáshiány mértéke már lehetetlenné teszi a logika alkalmazását az eddig megismert trükkökkel együtt?

Kell-e lemondani a logikáról?

Ha a tudáshiány mértéke változó, képezhetünk átmenetet az eddigi logika felé?

A logikai szabályok sokszor **szükségszerűen hiányosak**:
- túl sok feltételt kellene figyelembe venni,
- bizonyos **feltételek** egyszerűen **ismeretlenek.**

Gondolatkísérlet: hogyan kell kijutni a Liszt Ferenc reptérre?

90p-terv (jelentése): - a járat indulása előtt 90p-cel elindulni
- a kötelező sebességkorlátot betartani
- …

90p-terv = **igaz?** (a terv eljuttat minket időben repülőtérre)
bebizonyítható?

90p-terv igaz, **hacsak**:
a kocsival nem történik valami, nem fogy ki a benzin,
nem lesz baleset, nem lesz baleset útközben,
a gép nem indul korábban, nem lesz földrengés, ... …

$\mathbf{A1 \wedge A2 \wedge A3 \wedge \ldots \wedge A999 \wedge A1000 \ldots \rightarrow 90p}$

logikai állítás bebizonyítható,
ha igaz **A1**, …, **A1000**, …, stb.

Jó ötlet a 90p-terv? Nem lenne jobb-e a 120p-terv?

90p-terv mégis „helyesebb” (nincs fölösleges várakozás repülőtéren, nincs gyorshajtás, nincs ...), de előnyeit **„monoton logikai formális ...” módon garantálni nem lehet**.

Kizáró információ hiányában, nagy az „esély”, hogy egy ilyen döntés helyesnek bizonyul.

Probléma: mi legyen, ha 90p-terv végrehajtása közben, valamelyik „akadályjelenség” mégis bekövetkezik?

(1) **vissza** kellene **vonni** az „90p-terv” **állítás igaz értékét**.
(2) **új tervet** kellene léptetni helyére.

Tudás-, ismeretek bizonytalansága - az okok

„Lazaság/lustaság” **-** a részletes szabályok megfogalmazása túl nehéz, a használatuk szintén nehézkes (véges erőforrások miatt)

Elméleti tudatlanság **-** adott problématerületnek az elméleti feltárása még nem zárult le, vagy lezárni soha nem lehet

Gyakorlati tudatlanság **-** nem minden, a szabályokban hivatkozott feltétel ismert a szabályok alkalmazásakor

(90p tervnél mindegyik probléma jelen volt és ellenünk is dolgozott)

Lehetséges megoldások:

- a **monotonitás** feltételezése **túlságosan szigorú**, mert ha a tudás („axiómák”) változik, akkor a logikai igaz állítások halmaza is kell, hogy változzon.
- a **két logikai érték esetleg kevés**.

Bizonytalanság kezelése alapeseti (default) tudással

A mindennapi nem monoton következtetés problémája (alapvető mérnöki gondolkodási séma):
nem tudjuk, hogy a konkrét eset valamiben specifikus-e,
tételezzük fel, hogy egy tipikus esettel állunk szemben,
tipikus esetekre megvannak már a mintamegoldások,
különben a tudáshiány miatt nem tudnánk haladni.

tipikus/ gyakori/ ismert

speciális/ ritka/ nem nagyon ismert

Formálisan:
- egy tudásdarabka hiányzik
- sejtés = az alapeseti (default) alternatíva igazként felvétele (= a tudásbázis így már **teljes**)
- formális következtetés elvégzése, eredmények felhasználása
- de ha a hiányzó információ előáll és a felvett alternatívának logikailag **ellentmond**, akkor mit csináljunk?

Nem monoton következtetésekre megoldások

Globális

(1) Logika kiterjesztése: az un. nem monoton logikák

- új operator hozzáadásával,
- új következtetési szabály hozzáadásával.

következmény -> algoritmus, bizonyítások ok

következmény -> esetleg a félig eldönthetőség is elszáll

(2) FOL logikai rendszer adminisztratív kiegészítése:

bizonyítások, értékek, és ellentmondások **nem logikai** adminisztrálásával – **TMS Truth Maintenance System**.

következmény -> félig eldönthetőség megmarad

következmény -> ki kell találni az algoritmust

Lokális

(3) **STRIPS tervkészítés**: ponált ás **negált** hatásokkal

következmény -> nem kell logikai problémákkal bajlódni

következmény -> ki kell találni az algoritmust

Ha mégis több érték kell – valószínűség?

Képzeljük el egy FOL fogorvosi diagnosztikai rendszert

$\forall\ p\ \ \mathit{Tünet}(p, \mathit{Fogfájás}) \rightarrow \mathit{Van}(p, \mathit{Fogszuvasodás})$

Becsapás! Nincs minden fogfájós betegnek lyukas foga. Lehet ínysorvadása, bölcsességfoga, vagy valami más. Legyen akkor ….

$\forall\ p\ \mathit{Tünet}(p, \mathit{Fogfájás}) \rightarrow \mathit{Van}(p, \mathit{Fogszuvasodás}) \vee$
$\quad \mathit{Van}(p, \mathit{Ínysorvadás}) \vee \mathit{Van}(p, \mathit{Bölcsességfognö}) \vee \ldots$

Hogy igaz legyen, közel végtelen számú okot kell felsorolnunk.
És különben mennyi hasznunk lesz egy ilyen szabályból?

Legyen ok-okozati szabály:

$\forall\ p\ \mathit{Van}(p, \mathit{Fogszuvasodás}) \rightarrow \mathit{Tünet}(p, \mathit{Fogfájás})$

Ez sem helyes, nem minden lyukas fog okoz fájdalmat.
A betegnek akár egymástól függetlenül is lehet fogfájása és lyukas foga.

Fogfájás és fogszuvasodás közötti kapcsolat egyik irányban sem feltétlen logikai következmény.

Az ágens tudása legjobb esetben is csak egy bizonyos mértékű hiedelmet jelenthet az adott állítással kapcsolatban.

Valószínűség?

Volt már

Ugye volt már? **Valószínűség**: $0 \leq P(A) \leq 1$

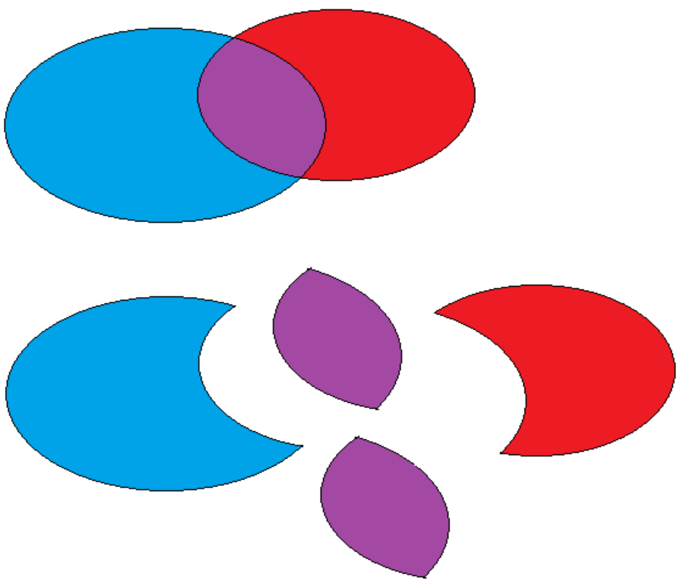
Valószínűségi **axiómák**

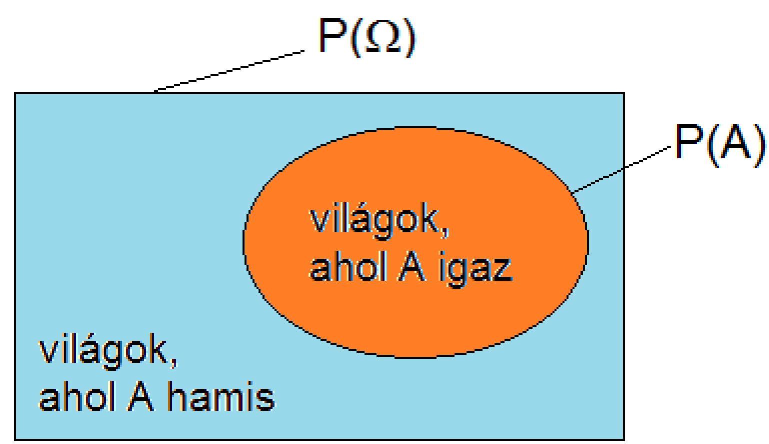
1. Minden esemény valószínűsége 0 és 1 közé esik.

2. A biztosan igaz (érvényes állítás) esemény valószínűsége 1, a biztosan hamis (kielégíthetetlen állítás) eseményé pedig 0.

$$P(\text{Igaz}) = 1 \quad P(\text{Hamis}) = 0$$

3. Diszjunkció valószínűsége: $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$





Axiómák helyessége? Ha hazardírozunk e axiómákra alapozva, senki nem tud minket tisztességtelenül kihasználni. (di Finetti, 1931)

Volt már

Valószínűségi axiómákból bebizonyítottuk, hogy:

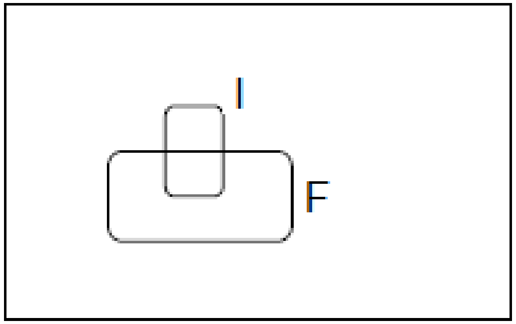
$P(\neg A) = 1 - P(A)$

független események:e $P(AB) = P(A)\,P(B)$

$P(A) = P(AB) + P(A\neg B)$

Feltételes valószínűség:

F = "Fáj a feje", I = "Influenzája van"



$P(F) = 1/10$

$P(I) = 1/40$

$P(F|I) = 1/2$

"Fejfájás nem gyakori, influenza még ritkább, de ha valaki influenzás, akkor fele-fele esélye van, hogy a feje is fog fájni".

$$P(F|I) = P(FI) / P(I)$$

Láncszabály: $P(AB) = P(A|B)\,P(B)$

$P(ABC) = P(A|BC)\,P(BC) = P(A|BC)\,P(B|C)\,P(C)$, stb.

Bayes-szabály:

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A\,B)}{P(A)} = \frac{P(A|B)\,P(B)}{P(A)}}$$

prior $\rightarrow$ posterior

Volt már

Miért fontos a Bayes szabály?

Sokszor rendelkezünk kauzális (ok-okozati) tudással:

P(szimptóma I betegség)
P(villany kiment I biztosítékok állapota)
P(riasztás I tűz)
P(videókép úgy néz ki, hogy … I kocsink előtt fékez egy kocsi)
…
és szeretnénk evidenciára alapozó következtetést elvégezni:

P(betegség I szimptóma)
P(biztosítékok állapota I villany kiment)
P(tűz I riasztás).
P(kocsink előtt fékez egy kocsi I videókép úgy néz ki, hogy …)
...

Véletlen változók:

A értéke: {v1, v2, … vN} $P(A = vk) = P_k$

$P((A = vk) \wedge (A = vn)) = 0$
$P((A = v1) \vee (A = v2) \ldots \vee (A = vN)) = 1$
$P((A = v1) \vee (A = v2) \ldots \vee (A = vj)) = \Sigma_{i=1\ldots j} P(A = vi) = \Sigma_{i=1\ldots j} P_i$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A|B)\,P(B)}{P(A|B)\,P(B) + P(A|\neg B)\,P(\neg B)}}$$

$$P(B|A \wedge X) = \frac{P(A|B \wedge X)\,P(B|X)}{P(A|X)}$$

Valószínűség:
frekvencionista: valószínűség valami objektív, események gyakoriságából számítható (...egy kísérletet sokszor elvégezve ... azonos eloszlású független …, lim)
bayesi:valószínűség a hiedelem mértéke.
Prior valószínűségekből (hiedelmekből) indulunk és az új evidencia érkezésekor azokat frissítjük (posterior valószínűségek).

$$P(A) \rightarrow P(A|B)$$

bayesi objektív: prior esetében egyetértés
bayesi szubjektív: prior is szubjektív.

Egy adott kijelentéshez rendelt (szubjektív) **0 / 1 valószínűség**: határozott hiedelem, hogy az állítás **hamis / igaz.**

A **0 és 1 közötti** valószínűség a mondat **igazságtartalmában való hiedelem** mértékének felel meg. **Az állítás valójában persze vagy igaz vagy hamis.**

A .8 (szubjektív) valószínűség nem jelenti, hogy az állítás a „80 %-ban igaz", hanem egy 80 %-os mértékű hiedelmet, azaz igen erős elvárást az állítás igazságával szemben.

Ítélet kalkulus + elsőrendű logika: egy állítás az interpretációjától és a világtól függően **igaz** vagy **hamis**, **csak akkor igaz, ha az a tény, amelyre hivatkozik, megfelel a tényállásnak.**

Valószínűségi kijelentés szemantikája: az ágens által egy **kijelentéshez rendelt valószínűség az addigi észleléseitől** (tény, evidencia, tényállás) **függ**.

Ágens kihúz egy lapot egy megkevert kártyapakliból.
Mielőtt ránézne a lapra: P(„a lap pikk ász (lesz)") = 1/52.
Miután megnézte: P(...) = 0, vagy 1.

Orvos páciens megvizsgálása után P1 valószínűségűnek lát egy konkrét betegséget. Labor lelet ezt vagy erősíti (> P1), vagy gyengíti (< P1).

Volt már

Együttes valószínűség-eloszlás

elemi esemény: ha a probléma állapotát teljes mértékben specifikáljuk.
Az együttes valószínűség-eloszlás P(X_1, ... ,X_n) minden egyes elemi eseményhez valószínűséget rendel.
Az együttes valószínűség-eloszlás egy *n*-dimenziós táblázat.
Egy cella = az adott állapot valószínűsége.

Írjuk le a budapesti időjárást két (egy bináris és egy ternáris) változóval:
időjárás: {napos, felhős}, *hőmérséklet*: {meleg, közepes, hideg}.
Akkor az együttes eloszlás P(*időjárás*, *hőmérséklet*):

	Meleg	Közepes	Hideg
Napos	.1	.2	.1
Felhős	.05	.35	.2

Mivel az elemi események egymást kizáróak, ezek együttes bekövetkezése szükségszerűen hamis tény.
Az axiómákból:
a táblázat elemeinek összege 1.

Marginális és más eloszlások

Volt már

$$P(X,Y) = \sum_{z \in dom(Z)} P(X,Y,Z=z)$$

P(*hőmérséklet*) =

Meleg	Közepes	Hideg
.15	.55	.3

P(*időjárás*) =

Napos	Felhős
.4	.6

P(*hőmérséklet*| *időjárás* = Napos) =

Meleg	Közepes	Hideg
.25	.50	.25

P(*időjárás*| *hőmérséklet*) =

	Meleg	Közepes	Hideg
Napos	.67	.36	.33
Felhős	.33	.64	.67

Együttes eloszlás:

Jó hír: együttes eloszlás birtokában minden kérdésre kapunk választ, ami a benne szereplő véletlen változók viszonyára és tulajdonságaira vonatkozik.

Rossz hír: nemigen megy 10-nél több változót tartalmazó eloszlások megadása

$P(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ esetén kell $2^N - 1$ független valószínűségérték.

A diagnózishoz exponenciális számú valószínűség ismerete szükséges.

Rémálom: ha valamelyik valószínűség értéke megváltozik?

Bayes-i frissítés: egyesével gyűjti a tényeket, majd módosítja az ismeretlen változóval kapcsolatos korábbi hiedelmi mértéket.

1. Fogfájás:

$$P(Fogsz \mid Ffáj) = P(Fogsz) \frac{P(Ffáj \mid Fogsz)}{P(Ffáj)}$$

2. Lyuk*:* a Bayes-tételt úgy alkalmazzuk, hogy a továbbiakban a *Fogfájás*-t állandó feltételnek tekintjük:

$$P(Fogsz \mid Lyuk) = P(Fogsz) \frac{P(Lyuk \mid Fogsz)}{P(Lyuk)}$$

$$P(Fogsz \mid Ffáj \wedge Lyuk) = P(Fogsz \mid Ffáj) \frac{P(Lyuk \mid Ffáj \wedge Fogsz)}{P(Lyuk \mid Ffáj)}$$

$$= P(Fszuv) \times \frac{P(Ffáj \mid Fszuv)}{P(Ffáj)} \times \frac{P(Lyuk \mid Ffáj \wedge Fszuv)}{P(Lyuk \mid Ffáj)}$$

$P(Lyuk|Ffáj \wedge Fszuv)$ megadása?

Mind a fogfájásnak, mind a lyuknak közvetlen oka a fogszuvasodás. Amint **tudjuk**, hogy fogszuvasodás, nem hisszük, hogy a szonda lyukba akadásának valószínűsége a fogfájástól fog függeni. Hasonlóképpen, a szonda találata nem befolyásolja annak valószínűségét, hogy a szuvasodás fogfájást okoz.

FELTÉTELES FÜGGETLENSÉG

Feltételes függetlenség formálisan:

$$P(Lyuk | Fogsz \wedge Ffáj) = P(Lyuk | Fogsz)$$
$$P(Ffáj | Fogsz \wedge Lyuk) = P(Ffáj | Fogsz)$$

a *Fogszuvasodás* ténye esetén a *Fogfájás* és *Lyuk* között fennáll a **feltételes függetlenség**. A frissítés egyenlete most:

$$P(Fogsz | Ffáj \wedge Lyuk) = P(Fogsz) \frac{P(Ffáj|Fogsz)}{P(Ffáj)} \frac{P(Lyuk|Fogsz)}{P(Lyuk|Ffáj)}$$

Még mindig kérdéses a: $P(Lyuk|Fogfájás)$?!
várhatóan figyelembe kell venni a tünetek összes lehetséges párosítását (hármasait, stb.), valóságban ez a kifejezés kiesik:

a nevezők szorzata: $P(Lyuk|Fogfájás)\ P(Fogfájás) = P(Lyuk)$

Ezt a korábbiakhoz hasonlóan normalizálással kiküszöbölhetjük, feltéve, hogy pl. a $P(Lyuk|\neg Fogszuvasodás)$-t megbecsüljük.

PROSPECTOR: az első szakértő rendszer

- szabályformátum (**ha → akkor**) 'felfedezése': a problémához tartozó tudás ábrázolásához,
- érclelőhelyek elemzése probabilisztikus apparátussal (1974 -1983).

A döntéshez szükséges mennyiségek (e – evidencia, h – hipotézis):

Ls = $P(e|h)/P(e|\neg h)$ **Ln** = $P(\neg e|h)/P(\neg e|\neg h)$

Ls az e evidencia **elégségessége** a h hipotézisre nézve (sufficient)
Ln az e evidencia **szükségessége** a h hipotézisre nézve (necessary)

$O(h) = P(h)/P(\neg h)$ $O(h|e) = P(h|e)/P(\neg h|e)$

$\mathbf{O(h|e) = Ls * O(h)}$ $\mathbf{O(h|\neg e) = Ln * O(h)}$

O(.) függvény az **esélyesség** (odds)

A Bayes-tétel (akkori) problémái:

- a priori feltételes és együttes valószínűségek begyűjtése nehéz és költséges (frekvencionista megközelítés esetén),
- emberek rossz valószínűségbecslők (szubjektív esetben),
- sok adat esetén a begyűjtés nem tud lépést tartani az elavulással (pl. a mikrobák reakciója a gyógyszerre gyorsan változik),
- Bayes rendszer módosítása körülményes (Σ p =1 ?),
- Bayes szabály sok számítást igényel (elpazarolt erőforrások),
- ha a valószínűségek nem pontosak, mi a végleges pontosság?
- kizáró események (kettő vagy több egyszerre nem fordulhat elő),
- Bayes képlet pontossága, ha az elvi feltételei nem teljesülnek ?

...

Javasolt megoldások – „közelítő” módszerek:

Bizonytalansági Tényezők (Certainty Factors)
Dempster-Shafer elmélet
Valószínűségi logika
Fuzzy halmazok

és majd a valószínűség nagy visszatérése a 80-as években:

→ Bayes Hálók (Bayes Nets)

Probléma:
logikai szemantika $\Leftrightarrow$ valószínűségi szemantika

1. **Lokalitás**: logikai szabály alkalmazásánál csakis a premisszája számít. Más szabályok alakja, db. száma nem.
2. **Igazságfüggvény:** logikai kifejezések igazságfüggvények, csakis az elemeinek értékétől és a műveletek definíciójától függenek.
3. **Leválasztás**: a bizonyítás tárolására nincs szükség.

Valószínűségnél az összetett valószínűség („logikai kifejezás") értéke a jelentések függvénye

(kétszeri pénzdobás: F1 = fej, 1' dobás, stb.)

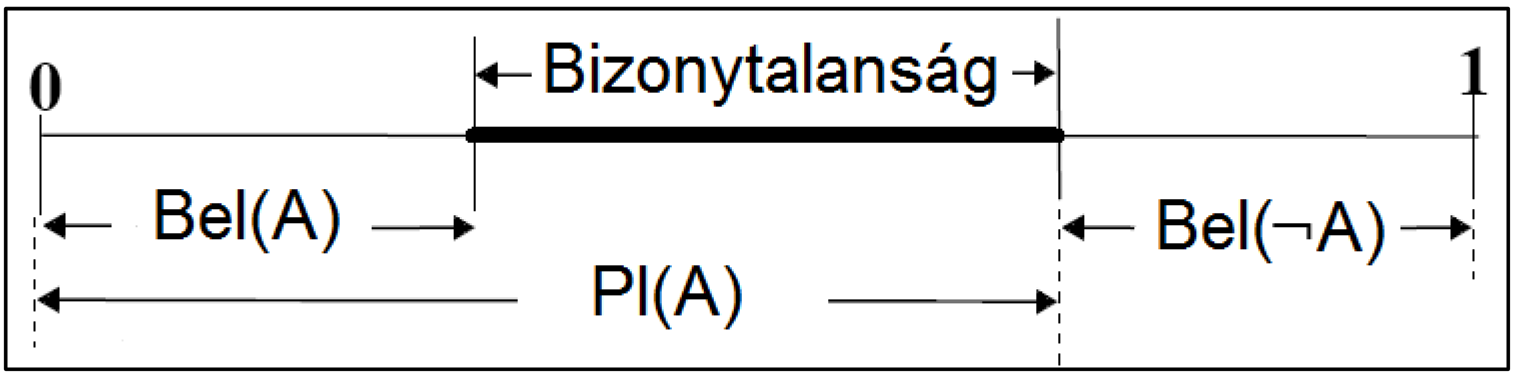
$P(A)$	$P(B)$	$P(A \vee B)$
$P(F1) = 0.5$	$P(F1) = 0.5$	$P(F1 \vee F1) = 0.5$
	$P(I1) = 0.5$	$P(F1 \vee I1) = 1.0$
	$P(F2) = 0.5$	$P(F1 \vee F2) = 0.75$

A bizonytalansági tényezők használata újabban kritizált és nem tanácsolt!

Dempster-Shafer elmélet (evidencia-elmélet)

Alapvető újdonság:

1. egy evidencia nem egy hipotézishez (elemi eseményhez), hanem egy hipotézishalmazhoz rendel probabilisztikus jellegű súlyt.
2. egy hipotézis(halmaz) probabilisztikus súlya nem pontszerű, hanem egy intervallum, amely növekvő evidenciával pontszerű felé zsugorodik.



{hipotézisek részhalmaza} ⇔ [Belief, Plausibility]

szükségszerű ⇔ *lehetséges*

valószínűség alsó ⇔ *felső határa*

Bel(A), $\quad$ Pl(A) = 1 - Bel(¬A)

$Bel(A) \leq Pl(A)$

stb.

Belief függvény axiomatikus felépítése:

Bel(üres/lehetetlen esemény) = 0,
Bel(teljes/biztos esemény) = 1, $Bel(A) + Bel(\neg A) \leq 1$

egyéb axiómák: $Pl(A \vee B) = \max(Pl(A), Pl(B))$
$Bel(A \wedge B) = \min(Bel(A), Bel(B)))$

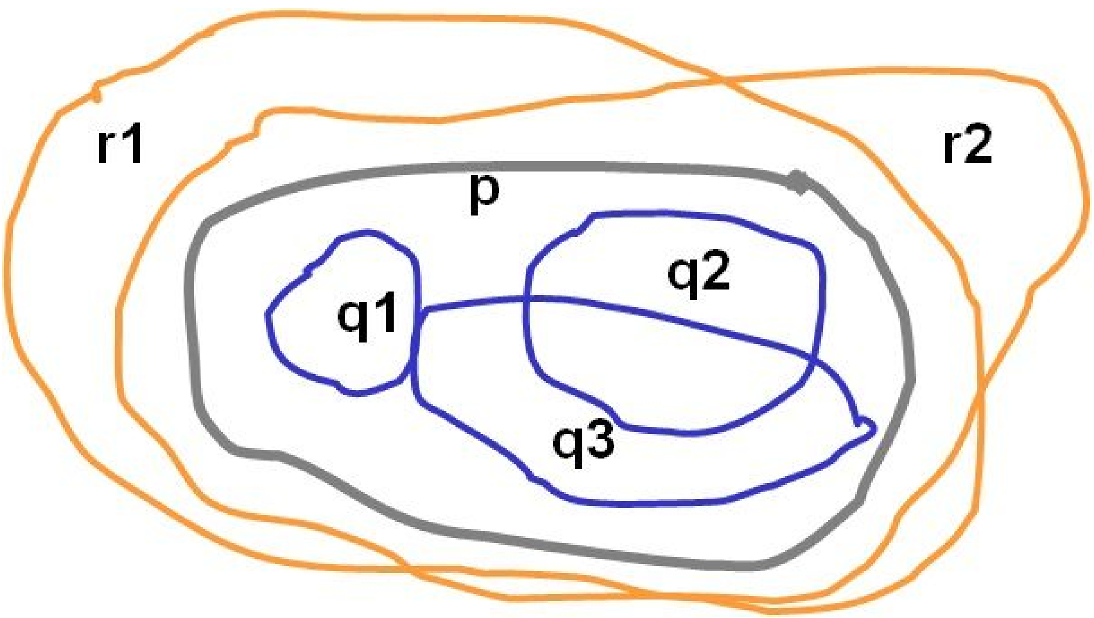
Evidencia teljes hiánya: valószínűség - egyenlő pontvalószínűségek,
D-S elmélet - [0,1] intervallum.
Erős evidencia megléte: a valószínűségek akár ugyanazok!
D-S elmélet - keskeny intervallum.

Tömegeloszlás m(p)

p - a hipotézisek egy részhalmaza
minden új evidencia – egy új m(p)
probléma az m(p)-k fuzionálása

$$Bel(p) = \Sigma_{q \subseteq p}\, m(q)$$

$$Pl(p) = \Sigma_{r \supseteq p}\, m(r)$$



Példa:

A - allergia
F - influenza
M - megfázás
G - tüdőgyulladás
T - a teljes tér (összes alternatíva)

$m(T) = 1.0$,
más részhalmaz = 0

1. evidencia: **láz ⇒ {F,M,G}** $m1(\{F,M,G\}) = 0.6$, $m1(T) = 0.4$

A maradó evidenciát nem a komplemens, hanem a teljes halmazra vonatkoztatjuk**.**

2. evidencia: **nátha ⇒ {A,F,M}** $m2(\{A,F,M\}) = 0.8$, $m2(T) = 0.2$

És most az evidenciákat kumulálni kellene! Hogyan?

Evidenciák kumulálása:

$$m3(Z) = \frac{\Sigma_{X \cap Y=Z}\, m1(X) \times m2(Y)}{1 - \Sigma_{X \cap Y=0}\, m1(X) \times m2(Y)}$$

Kumulálás közben előfordulhat, hogy üres esemény is kap pozitív súlyt (a maradó evidencia kezelése miatt), amit többi eseményhez normalizálással „vissza kell forgatni”.

		{A,F,M}	.8	T	.2
{F,M,G}	.6	{F,M}	.48	{F,M,G}	.12
T	.4	{A,F,M}	.32	T	.08

<u>m3 = f(m1, m2)</u>

m3({F,M})	.48
m3({A,F,M})	.32
m3({F,M,G})	.12
m3(T)	.08

<u>3. evidencia</u>: kiránduláson kezdődött ⇒ {A}

m4({A}) = 0.9, m4(T) = 0.1

		{A}	.9	T	.1
{F,M}	.48	∅	.432	{F,M}	.048
{A,F,M}	.32	{A}	.288	{A,F,M}	.032
{F,M,G}	.12	∅	.108	{F,M,G}	.012
T	.08	{A}	.072	T	.008

<u>m5 = f(m3, m4)</u>

m5({A})	.8
m5({F,M})	.1
m5({A,F,M})	.07
m5({F,M,G})	.026
m5(T)	.002

Számoljunk …

Bel(A) = .8	Pl(A) = .8 + .07 + .002 = .872
Bel(F) = 0	Pl(F) = .1 + .07 + .026 + .002= .198
Bel(M) = 0	Pl(M) = .1 + .07 + .026 + .002= .198
Bel(G) = 0	Pl(G) = .026 + .002= .028

És szépen alakulnak a bizonytalansági intervallumok:

A ⇒ [.8 , .87]
F ⇒ [0, .198]
M ⇒ [0, .198]
G ⇒ [0, .028]

<u>4. evidencia</u>: meghallgatás $\Rightarrow$ m6({M,G}) = 0.6, m6({G}) = 0.2, m6(T) = 0.2

		{M,G}	0.6	{G}	0.2	T	0.2		
{A}	.8	∅	.48	∅	.16	{A}	.16	m7({M,G})	.25
{F,M}	.1	{M}	.06	∅	.02	{F,M}	.002	m7({A})	.24
{A,F,M}	.07	{M}	.0042	∅	.014	{A,F,M}	.014	m7({M})	.096
{F,M,G}	.026	{M,G}	.0156	{G}	.0052	{F,M,G}	.0052	m7({F,M})	.03
T	.002	{M,G}	.0012	{G}	.0004	T	.0004	m7({A,F,M})	.021
								m7({G})	.0084
								m7({F,M,G})	.0078
								m7(T)	.00006

Számoljunk …

Bel(A) = .24, Pl(A) = .24 + .021 + .00006 = .261

Bel(F) = 0, Pl(F) = .03 + .021 + .0078 = .0588

Bel(M) = .096, Pl(M) = .25 + .096 + .03 + .021 + .0078 + .00006 = .4048

Bel(G) = .0084, Pl(G) = .25 + .0084 + .0078 + .00006 = .2663

A $\Rightarrow$ [.24, .261]
F $\Rightarrow$ [0, .0588]
M $\Rightarrow$ [.096, .4048]
G $\Rightarrow$ [.0084, .2663]

<u>és most 5. evidencia</u>: labor $\Rightarrow$ m8({G}) = 0.4, m8(T) = 0.6 ???