

DIGITÁLIS TECHNIKA GYAKORLÓ FELADATOK 1.

Kötelezően megoldandó feladatok:

A kódoláselmélet alapjai részből:

6. feladat

16. feladat

A logikai függvények részből:

19. feladat

20. feladat

Határidő: 1999. október 22. 14 óra

Beadás a tankörkonzulensnél

I. A kódoláselmélet alapjai

Irodalom: Várkonyiné Kóczy A.: Bevezetés a kódoláselméletbe. BME-MMT.

Györfi L., Vajda I.: Hibajavító kódolás és nyilvános kulcsú titkosítás. BME jegyzet. 1996. (55007)

1. Adja meg az alábbi számokat 12 bites

előjeles abszolútértékes,
egyes komplement,
kettes komplement,
offset kódú bináris számábrázolásban!

35, -35, 278, -278, 0, -2047, 2047, ...

2. Hasonlítsa össze a tanult számábrázolási módszereket abból a szempontból, hogy milyen matematikai művelet végzésére a legalkalmasabbak, ill. a legalkalmatlanabbak!

3. Fogalmazza meg a tanult számábrázolási módszereknél

- a -1-gyel való szorzás,
- a 2-vel való osztás és
- két szám összeadásának algoritmusát!

4. Fogalmazza meg az NBCD kódolt (a decimális számjegyek 8-4-2-1 súlyozású bináris kódolása) számok összeadási szabályát!

5. Bizonyítsa be, hogy

- n lépésű egyirányú mozgás kódolható pozíciókóddal (a szomszédos pozíciók kódja 1 Hamming távolságú),
- $2n$ lépésű körmozgás is kódolható pozíciókóddal!

6. Egy cinkelt dobókockával való 1-6 dobások gyakorisága rendre:

0.2, 0.1, 0.2, 0.1, 0.1, 0.3.

Kódolja tömören a kockadobások eredményét és számítsa ki az átlagos kódszó hosszát!

Hány - különböző hosszúság-eloszlású - optimális kódot talál? (Egy kódkészlet hosszúságeloszlása azt adja meg, hogy hány 1, 2, 3 stb. hosszúságú kódszó van benne.)

7. Hogyan kódolna ezer bites adatokat minél tömörebben, ha az adatokban az egyesek előfordulási gyakorisága kicsi: 0.01? Számítsa ki, hogy az ezer bitet mennyire sikerült tömöríteni!

8. Keressen tömör kódot, ha az egyes események gyakorisága:

a/ 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/32.

b/ 1/4, 1/4, 1/8, 1/8, 1/8, 1/16, 1/16.

c/ 10 db. 0.1.

Minden esetben számítsa ki az átlagos kódszó-hosszat is!

9. A furfangos hallgató jól meg akarja védeni nyolcbites adatait, ezért a következő redundáns kódot találja ki:

A nyolc bit után írja

a/ - egy biten a kiinduló adat paritását,

b/ - egy biten a kiinduló adat első négy bitjének paritását,

c/ - egy biten a második négy bit paritását,

d/ - egy biten a páros pozíciójú bitek paritását és

e/ - egy biten a páratlan pozíciójú bitek paritását.

f/ - Ezzel még nem elégszik meg, biztonság kedvéért az egész végére írja még a kiinduló adat 1-es komplementjét.

Így összesen 21 bites redundáns kódkészletet kap, mekkora ennek a Hamming távolsága?

10. Hármas minimális Hamming távolságú kódkészletet kell szerkeszteni hatbites kódszavakkal. Hány kódszót talál?

11. Mennyi a Hamming távolsága annak a decimális kódnak, amelynek kilenc információs jegyéhez az r redundáns karaktert illesztjük:

$$r = \text{mod}_{10} (1.a_1 + 2.a_2 + 3.a_3 + 4.a_4 + 5.a_5 + 6.a_6 + 7.a_7 + 8.a_8 + 9.a_9) \\ (. - \text{szorzás})$$

12. Mekkora Hamming távolságú kódszókészlet kell

a/ 4 eltörlődéses hiba jelzéséhez?

b/ 4 eltörlődéses hiba javításához?

c/ 4 (átállítódásos) hiba jelzéséhez?

d/ 4 (átállítódásos) hiba javításához?

13. Mekkora Hamming távolságú kódszókészlet kell 6 hiba javításához?

Ez a kódszókészlet milyen további javítás/jelzés variációkban használható még fel.

14. A paritáskód és az üzenetismétlés egyaránt kettes Hamming távolságú kód. Mégis mennyivel erősebb a jóval hosszabb üzenetismétlés?

15. Négybites információhoz tizenegy redundáns bitet írunk úgy, hogy a kiinduló négy bitből minden lehetséges módon kiválasztunk kettőt, hármat és négyet (ez összesen $4+6+1=11$ eset) és rendre leírjuk ezen "bitsoportok" paritását. Mekkora a Hamming távolsága az így kapott 15 bites kódszókészletnek?

16. Hatbites információhoz 15 redundáns bitet írunk úgy, hogy a kiinduló hat bitből minden lehetséges módon kiválasztunk kettőt és rendre leírjuk ezen bit-kettősök paritását. Mekkora Hamming távolsága lesz az így kapott 21 bites kódkészletnek? Hány átállítódásos hiba jelzésére/javítására alkalmas?

II. Logikai függvények

Irodalom: Somogyi A.: Kétértékű logikában értelmezett függvények. BME-MMT, 1992.

Jablonszkij, Ljapunov: Diszkrét matematika a számítástudományban. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. 1980.

Demetrovics, Denev, Pavlov: A számítástudomány matematikai alapjai. Tankönyvkiadó, Budapest. 1985.

Selényi, Benesóczky: Digitális technika példatár. BME jegyzet, 1991.

17. Egy gyilkosság nyomozása során az következő információk gyűltek össze:

A gyilkosról kizárható, hogy

1. kék szemű ÉS sportos;
2. fekete hajú ÉS alacsony ÉS NEM kékszemű;
3. NEM fekete hajú ÉS NEM alacsony ÉS sportos;
4. NEM fekete hajú ÉS sportos és NEM kékszemű ÉS alacsony;
5. NEM fekete hajú ÉS NEM sportos ÉS NEM visel tornacipőt;
6. tornacipőt visel ÉS NEM sportos;
7. fekete hajú ÉS NEM alacsony.

Végül is a rendőrség előzetes letartóztatásba helyezett három gyanúsítottat, akik közül az egyik

- fekete hajú, kékszemű, alacsony és kövér állásnélküli nyomdász, a másik

- fekete hajú, kékszemű, magas, sportos tenisztréner, a harmadik
- fekete hajú, szürkesezemű, alacsony beteges kinézetű varrónő volt.

Mi a véleménye, szükség volt-e a három letartóztatásra?

18. Egy háromgyerekes család elment nyaralni a tengerpartra. Nagyon szerették a vizet, így esténként gyakran lementek úszni. mellett még azt is tudjuk, hogy
a/ az apa nem szeretett egyedül úszni, így csak akkor ment el, ha a felesége és a fiúk is vele ment.

b/ A kisebbik lány mindig elkísérte a bátyját,

c/ nővére pedig mindig akkor ment úszni, amikor a mamája.

d/ A gyerekek még nem voltak elég nagyok ahhoz, hogy egyedül elengedjék őket, ezért legalább az egyik szülő mindig elkísérte őket.

Elmesélték, hogy az utolsó vasárnap este a két lány közül csak az egyik úszott. Kik mentek el úszás helyett még utoljára a városba sétálni?

19. Egy négyzet minden két csúcsa közé kapcsolót teszünk (a csúcsok rendre 1,2,3,4 jelűek és a megfelelő kapcsolók: K12, K13, K14, K23, K24, K34; $K_{ij} = 1$, ha a kapcsoló vezető állásban van).

Írja fel

a/ két szomszédos csúcs közötti rövidzár logikai egyenletét: pl.

$R_{12} = f(K_{12}, K_{13}, K_{14}, K_{23}, K_{24}, K_{34})$, ill.

b/ az összes csúcs közötti rövidzár logikai egyenletét!

20. Milyen helyettesítési érték-variációk esetén áll fenn egyidejűleg az alábbi egyenlőséglánc:

$$A \bmod 2 \quad B \bmod 2 \quad C = /A.B + /B.C + /C.A = /A (/B + /C);$$

21. Bizonyítsa be, hogyha $/A.B + C./D = 0$, akkor

$$A.B + /C.(/A + /D) = A.B + B.D + /B./D + /A./C.D$$

22. Milyen helyettesítési értékek mellett áll fenn az alábbi egyenlőség (négy példa!)?

a/ $A.B.C = A+B+C$

b/ $A.B.C = /A+/B+/C$

c/ $/(A.B.C) = A+B+C$

d/ $(A.B) \bmod 2 \quad C = B$

23. Igazolja az alábbi azonosságokat a Boole algebra axiomáihoz visszanyúlva!

a/ $A + /A.B = A + B$

b/ $A.B + /A.C + B.C = A.B + /A.C$

c/ $A.B + /A.C = (A + C).(/A + B)$

24. Hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket, felhasználva a Boole algebra közismert tulajdonságait!

$$Y1 = /A + A.B./C + (/A + A.B./C).(A + /A./B.C);$$

$$Y2 = /((A.B + C.D).(A./C + B./D));$$

$$Y3 = B.(A.C + /A./C) + A./C + /A.C;$$

$$Y4 = A.C.D + A.B.C + D.(/A + /B) + /A.C.D$$

25. A kétértékű logika "majdnem teljes" függvényosztályai közül melyekbe tartoznak az alábbi függvények?

Írja fel minden esetben az igazságtáblát is!

$$0;$$

$$/x;$$

$$/x+y;$$

$$/((/a.b).c);$$

$$a \bmod 2 \quad (a.b) \bmod 2 \quad (a.b.c)$$

26. Mondjon olyan Boole függvényeket, amelyek csak egyetlen majdnem teljes függvényosztályhoz tartoznak!

27. Milyen zárt osztályokat feszítenek ki az alábbi Boole függvények?

$$a/ \quad a + /b$$

$$b/ \quad (a + /b) . c$$

$$c/ \quad a + /b; \quad a . b;$$

$$d/ \quad a + /b; \quad 0;$$

28. Keressen függvényt, amely:

$$a/ \text{ nullát megőrző, egyet megőrző és lineáris;}$$

$$b/ \text{ nullát megőrző, nem egyet megőrző, monoton;}$$

$$c/ \text{ lineáris és önduális, de nem nullát megőrző}$$

29. Excess 3 kódú decimális számjegyet vissza kell kódolni NBCD kódba. Ez négy bemenetű, négy kimenetű logikai függvényt jelent.

Adja meg a függvényt!