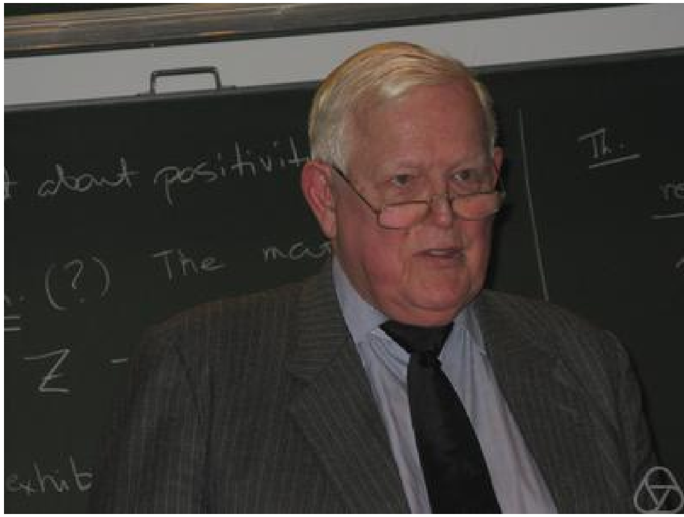
Szenzorfúzió és Kálmán-szűrés

Információfeldolgozás

2014.12.01.

Kálmán Rudolf Emil



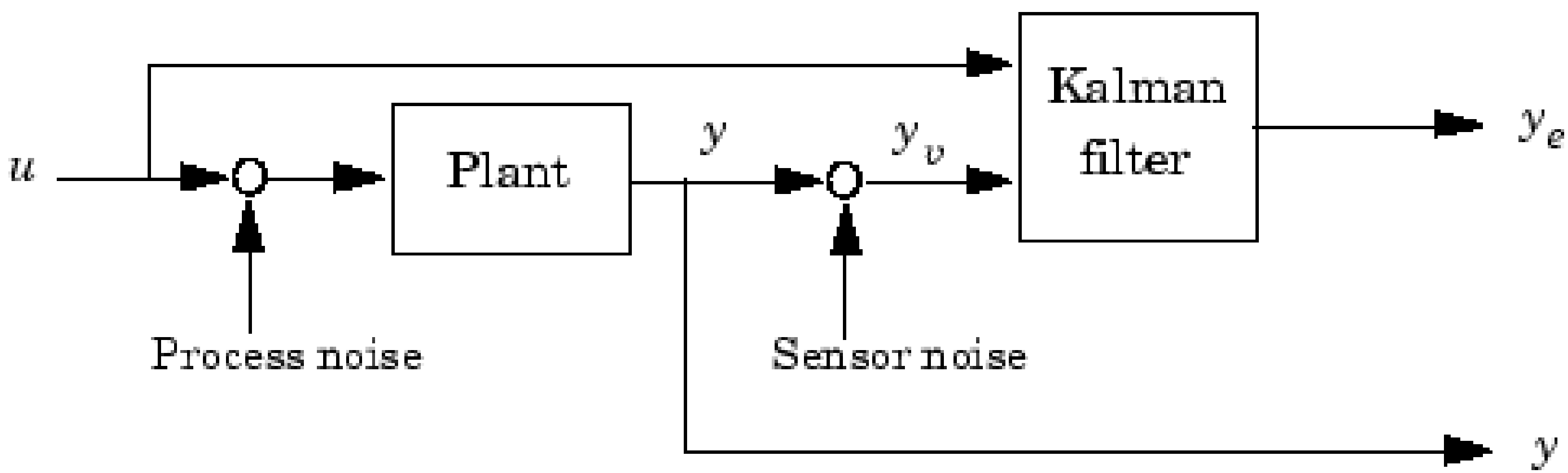
- Született: 1930, Budapest
- 1953: okl. villamosmérnök (MIT)
- 1957: a műszaki tudományok doktora
- 1964-1971: a Stanford University professzora
- 1971-1992: a University of Florida kutatóprofesszora

Kálmán-szűrés

- Számos struktúrát neveznek Kálmán-szűrőnek (Kálmán Rudolf számos különböző bonyolultságú problémát oldott meg), ezek közül a legegyszerűbbel fogunk foglalkozni:
- Diszkrét idejű (DT) lineáris időinvariáns (LTI) rendszerek állapotbecslése Kálmán-szűréssel

A modell

- A rendszer bemenete zajos (process noise)
- A rendszer kimeneteit zajjal terhelt mérésekkel tudjuk megfigyelni (sensor noise)
- Mégis meg akarjuk becsülni a rendszer tényleges kimenetét és az állapotokat



Állapotteres leírás

- Ez EGYFAJTA leírása a modellnek (más, ezzel ekivalens leírások is léteznek, amelyek elsőre különbözőnek is tűnhetnek – ld. realizációelmélet)

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\,\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}\,(u[k] + w[k])$$

$$y[k] = \mathbf{C}\,\mathbf{x}[k] + v[k]$$

u[k]: gerjesztés

w[k]: „process noise”: a folyamat zaja, az állapotátmeneteket perturbálja

v[k]: „measurement noise”: a megfigyelés zaja

„A priori” információk

- **A, B** és **C** rendszerleíró mátrixok ismertek
- A *process noise* és a *measurement noise* legyenek normális eloszlású valószínűségi változók realizációi
- $\mathbf{w} \sim N(\mathbf{0},\mathbf{Cov}(\mathbf{w}))$; $\mathbf{Q} := \mathbf{Cov}(\mathbf{w})$
- $\mathbf{v} \sim N(\mathbf{0},\mathbf{Cov}(\mathbf{v}))$; $\mathbf{R} := \mathbf{Cov}(\mathbf{v})$
- **w** és **v** keresztkovarianciája zérus:

$$E\{(\mathbf{w}-E\{\mathbf{w}\})(\mathbf{v}-E\{\mathbf{v}\})^T\} = \mathbf{0}$$

- Egybemenetű egykimenetű (SISO)rendszerek esetében w és v skalár, így R és Q is azok:
- $R = D^2(w)$ és $Q = D^2(v)$

A szűrés lépései

- A szűrés során használt jelölések:
- **x**[k|k-1]**:** **x**[k] becslője a kimenetet a k-1. időpillanatig ismerve (y_v[k-1], y_v[k-2], stb.)
- **x**[k|k]**:** **x**[k] becslője a kimenetet a k. időpillanatig ismerve (y_v[k], y_v[k-1], y_v[k-2], stb.)
- y_v[k]**:** a zajjal terhelt kimenet a k. időpillanatban
- **Diszkrepancia**: becsült és a mért kimenet eltérése a k. időpillanatban:

$$e[k] = y_v[k] - \mathbf{C}\,\mathbf{x}[k|k-1]$$

Predikció (time update)

- A k+1. időpillanatban lévő állapot becslése a k. időpillanatban rendelkezésre álló információból:

$$\mathbf{x}[k+1|k] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k|k] + \mathbf{B}u[k]$$

- w[k] nem szerepel benne (a zaj mintáit nem ismerjük)
- x[k] „update”-elt becslőjét használjuk (ld. következő dia)

Korrekció (measurement update)

- $\mathbf{x}[k|k-1]$ és $y_v[k]$ segítségével kiszámítjuk $\mathbf{x}[k|k]$-t (korrigáljuk a mért kimenet aktuális értékével)

$$\mathbf{x}[k|k] = \mathbf{x}[k|k-1] + \mathbf{M}(y_v[k] - \mathbf{C}\mathbf{x}[k|k-1])$$

$$\mathbf{x}[k|k] = \mathbf{x}[k|k-1] + \mathbf{M}e[k]$$

- **M** a korrekció értékét meghatározó *(innovation gain)* mátrix

Konvergencia

- Optimális **M** a zajfolyamatok kovariancia-mátrixai segítségével számítható
- $\mathbf{M}_{opt} = f(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{Q},\mathbf{R})$
- Elvárások:
  - A becslés hibája gyorsan csengjen le
  - Az állandósult becslési hiba legyen a lehető legkisebb

Szenzorfúzió Kálmán-szűréssel

- Több szenzorral mérjük ugyanazt, különböző hibákkal (pl. az egyik szenzor zajos, a másiknak driftje van, a harmadik offszethibával rendelkezik)
- A Kálmán-szűrésünkbe mindhárom kimeneti értéket beletesszük: ($y_v[k]$ -> $\mathbf{y}_v[k]$ 3x1 méretű vektor)
- A modell megfigyelési mátrixa 1 helyett 3 azonos sorból álljon $\mathbf{C}(1,:) = \mathbf{C}(2,:) = \mathbf{C}(3,:)$
- A konvergencia csak akkor biztos, ha a 6. dián leírt feltételek teljesülnek (egyébként is működhet, de nem garantált a becslők konvergenciája – ld. demonstrációk)

MATLAB demonstrációk