

Szavazási protokollok - közös preferencia kialakítása

Szavazás: Társadalmi választás – SCF social choice/ welfare function:

Minden ágensnek van saját preferencia listája $\{>_{Agi}\}$,
ennek alapján el kell jutni a közösségi preferenciához: $>^*$.

Szavazás: (a) szavazat (egy, több, pontozás, ...)
(b) szavazatszámilálási procedúra

Szavazáselmélet: racionális ágensekből irracionális közösség

alma $>_{János}$ körte, körte $>_{János}$ szilva \Rightarrow „elvárt”, hogy alma $>_{János}$ szilva

Ami felé haladunk: egyéni racionális preferencia tranzitív,
de a szavazási mechanizmus révén kialakított
szociális (közös) preferencia NEM mindig tranzitív

Két jelölt esete

Többségi szavazás (TB), az a győztes, akinek legtöbb szavazata van.

Minősített többségi szavazás (MT), győztes, akié a szavazatok több, mint a fele.

	1cs	2cs
	20	24
1.	x	y
2.	y	x

Többségi szavazás kiválósága

(Kenneth) May tétel (1952)

- Ha 2 alternatíva van, a TB egyetlen olyan döntési folyamat, ami az alábbi alapfeltételekkel konzisztens:
- **anonimitás**: minden szavazónak egyenlő a súlya
 - **semlegesség**: átcímkezés egyéni preferenciákban
= u.a. átcímkezés az eredményben
 - **erősen monoton**: holtverseny esetén, ha egyetlenegy szavazó x-nek kedvező módon megváltoztatja a preferenciáit, akkor x lesz a győztes, vagy
 - **gyengén monoton**: ha x a győztes és egyetlenegy szavazó még inkább jobban felértékeli, akkor x marad a győztes.

Több jelölt? Tipikus kiterjesztés:

- **tiszta többségi szavazás:** győz, akinek legtöbb szavazata van
(erős jelöltek egymást kinyírják, gyenge jelölt győz kisebbség tud diktálni)
- **két forduló** (run-off, RO): győztes, ha minősített többséget kap,
ha nincs, a legjobb kettő egymással szemben sima többséggel (költséges)

	1cs	2cs	3cs	4cs
	20	24	26	30
1.	z	y	x	w
2.	x	z	y	z
3.	y	x	z	x
4.	w	w	w	y

TB szavazás: **w** győz 30 szavazattal
(kisebbségi jelölt!)

w egyenkénti felmérésben mindenkivel szemben alulmarad, mégis győz.

Kétfordulós: nincs minősített többségi győztes
két legjobb jelölt: **w** (30), **x** (26)
második forduló: **x** (70), **w** (30), **x** a győztes

Aki a **z** mellett vannak, „joggal” panaszkodhatnak, hogy miért éppen **x**, ha a többségnél **z** > **x** !?

Történelem (Voting theory)

i.e. VI sz., Athén, osztracizmus (cserépszavazás),

13. sz. Velence, a Nagy Tanács megválasztása,

középkor, apátságokban a rendfőnök megválasztása,



Themistokles, Neokleos fia

Ramon Llull, 13. sz., (1232-1315), ismerte már ezeket, írásait 2001-ben újfelfedezték fel: matematika, első európai novella (katalán)

Szavazásról: **Ars notandi, Ars eleccionis, and Alia ars eleccionis**

<http://www.math.uni-augsburg.de/stochastik/llull/>

Jean Charles de Borda, 1770, „Borda-szabály” Francia Tudományos Akadémiai tagok megválasztására,

Marquis de Condorcet ellenötlete, páronként döntés.

USA Alkotmánya – Képviselő Ház képviselőinek megválasztása

19. sz. Európa, számos amerikai módszer újfelfedezése

matematizálás, **Charles Dodgson (Lewis Carroll)**, mátrixok

1940 játék elmélet, **Neumann János**

Kenneth Arrow, 1951, 1972

.... http://en.wikipedia.org/wiki/Voting_system

Súlyozott rendezett szavazás - Borda szavazás (BC)

Alapvető probléma, „Győztesből vesztes – paradoxon”

$$y \succ_{BC} x \succ_{BC} w \succ_{BC} z$$

Tegyük fel, hogy kiderül, z érvénytelen! Tegyük z-t utolsóinak, a rendezésnek maradnia kellene!

y és w megmérettetésében z egy irreleváns alternatíva.
Sérül a „irreleváns alternatívától való függetlenség” elve.
A döntés nem logikus, manipulálható.

	1	2	3	4	5	6	7	BC
w	3	3	0	0	1	1	3	11
x	2	2	3	3	0	0	2	12
y	1	1	2	2	3	3	1	13
z	0	0	1	1	2	2	0	6

	1	2	3	4	5	6	7	BC
w	3	3	1	1	2	2	3	15
x	2	2	3	3	1	1	2	14
y	1	1	2	2	3	3	1	13
z	0	0	0	0	0	0	0	0

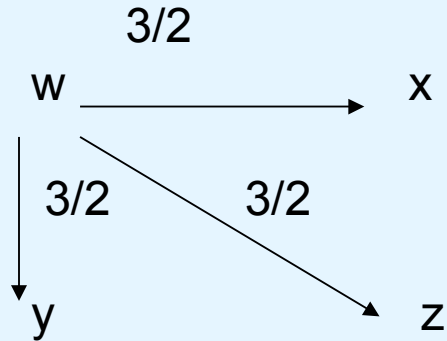
Condorcet győztes paradoxonja

A győztes a vesztesel szemben páronkénti megmérettetésben alulmarad:

$$x \succ_i y \quad 5$$

$$y \succ_i x \quad 2$$

Condorcet győztes: páronként mindenkinél jobb:



	1	2	3	4	5	BC
w	3	3	1	1	1	9
x	2	2	0	3	3	10
y	1	0	2	0	2	5
z	0	1	3	2	0	6

w a Condorcet győztes

Sérül a Condorcet kritérium (ha van Condorcet győztes, akkor őt kell megválasztani!)

Ciklusok

	1	2	3
1.	D1	R	D2
2.	D2	D1	R
3.	R	D2	D1

$D1 \leftrightarrow D2 ? = D1$

$D1 \leftrightarrow R ? = R$

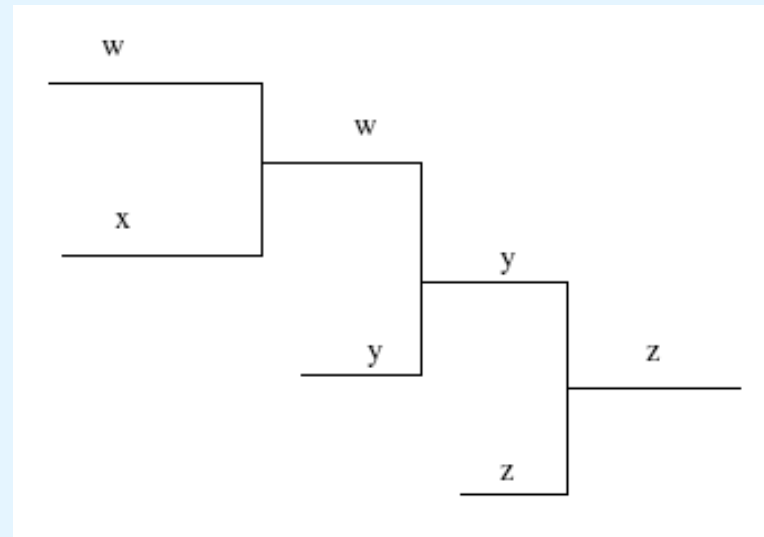
De R-t kisebbség akart!

$D1 \succ_M D2$, $R \succ_M D1$, helyes konklúzió-e $R \succ_M D2$?

és mi van, ha D2 panasza érvényt kap
(újbolli D2 ... R összehasonlítás)

$D2 \leftrightarrow R ?$ D2! **Ciklikus** győztes váltás

	1	2	3
1.	w	y	x
2.	x	w	z
3.	z	x	y
4.	y	z	w



$w \succ_M x$, $y \succ_M w$, $z \succ_M y$, $x \succ_M z$

Szavazási rendszerek – vizsgálati kritériumok

Többségi k. – ha létezik egy jelöltet támogató többség, győz-e ez a jelölt mindig, ha a többség őszintén szavaz?

Monotonitási k. – lehetetlen megbuktatni a győztes jelöltet úgy, hogy magasabbra értékeljük, vagy a győzelemhez juttatni a bukott jelöltet azzal, hogy alacsonyabbra értékeljük.

Konzisztencia (szeparabilitási) k. – ha a szavazókat két részre bontjuk, és mindkét részben ugyanaz a jelölt győz, győz-e a szavazók egész halmazában?

Részvételi k. – jobb-e mindig őszintén szavazni, vagy egyáltalán nem szavazni?

Condorcet k. – ha a jelölt páronként mindenki másnál jobb, győz-e mindig?

Condorcet vesztes k. - ha a jelölt páronként mindenkivel szemben veszít, veszít-e mindig?

Irreleváns alternatívák függetlensége k. – ugyanaz-e az eredmény, ha egy nem győztes jelöltet beiktatjuk, ill. kiiktatjuk a jelöltek sorából?

Klónozott jelöltek függetlensége k. - ugyanaz-e az eredmény, ha a létező jelöltekkel azonos jelölteket adunk hozzá?

.....

http://en.wikipedia.org/wiki/Voting_system

Condorcet paradoxon: kollektív preferencia lehet ciklikus (nem tranzitív), annak ellenére, hogy minden egyedi preferencia tranzitív **(kell!?)**.

Mik az **értelmes követelmények**? **Kenneth Arrow**, 1951, Nobel díj 1972.

A a jelöltek, N a szavazók halmaza

Arrow tétel: ha $|A| > 2$ és $|N| > 3$, akkor az alábbi 3 feltétel inkompatibilis.

Pareto hatékonyság: ha az a alternatívát a b -nél minden szavazó jobban értékeli, akkor az a a b -nél jobb a kollektív megítélésben is.

nincs diktátor: nem létezik olyan egyed, amelynek preferenciái mindig érvényesülnek, a többiektől függetlenül.

irreleváns alternatívák függetlensége

Melyik feltételről mondjunk le? Melyikről le kellene mondani?
(teljes rendezés, „értelmes”, „tisztességes” feltételek, ..., **IIA?**)

Gibbard–Satterthwaite tétel (1973)

$|A| > 3$: az alábbi feltételek egyike minden szavazási módszerre igaz:

- szabály diktatórikus (egyetlen szavazó meghatározza a győztest), vagy
- van olyan jelölt, aki szabályt alkalmazva soha nem győzhet, vagy
- a szabály manipulálható (tactical voting): bizonyos feltételek mellett egy szavazó, a szabály és mások preferenciái ismeretében, nem a tényleges preferenciái szerint szavazva, befolyásolhatja a szavazás kimenetelét (koalíció).