Ö S S Z E Á L L I T Á S

a mérési bizonytalanság meghatározásának új megközelítéséről.

1993.

Összeállította: dr. Pataki Péter

Ö S S Z E Á L L Í T Á S

a mérési bizonytalanság meghatározásának új megközelítéséről.

Összeállította: dr.Pataki Péter

A 70-es évek végén fogalmazódott meg az igény a mérési bizonytalanság értelmezésének, meghatározásának és megadási módjának egységesítésére, harmonizálására.

Egy, a BIPM által szervezett munkacsoport jelentését [1] 1981-ben ajánlás formájában megjelentette a CIPM [2]. Ezt az anyagot vette át 1986-ban az ISO/IEC és kiegészítések, fejlesztések és harmonizálások után 1992-ben az ISO, IEC -nemzetközi szabványügyi- és az OIML, BIPM -nemzetközi mérésügyi- szervezetek közösen megjelentették az "Útmutató a mérési bizonytalanság kifejezésére". című 91 oldalas "kézikönyvet". [3].

Az említett források az alapjai a különböző nemzetközi (pl. WECC [4]) és nemzeti(pl. NIST [5], NPL-NAMAS [6], PTB-DKD [7]) ajánlásoknak, útmutatóknak. Ezek az utóbbi években születtek, illetve születnek.

A rövid történeti áttekintésből és az említett kiadványok tartalmából kitűnik, hogy a mérési bizonytalanság meghatározásában egyrészt új szemlélet érvényesül. Másrészt ezen új megközelítés nemzetközi harmonizációja is megtörtént az elmúlt évtized során.

Jelen összeállítás célja bemutatni a mérési bizonytalanság meghatározásának új, egységesitett módszereit és kitűzni a magyar mérésügy előtt álló feladatokat annak érdekében, hogy a nemzetközi gyakorlat hazai honosítása, elterjesztése megtörténhessen.

A mérési bizonytalanság tulajdonságai és csoportosítása

A mérési bizonytalanság a mérés minőségjellemzője. Fogalmilag és tartalmilag is más mint a hagyományosan használt mérési hiba, mert a hiba számszerű megadása esetén is nyitva marad a kérdés, hogy az mennyire hihető, mennyire pontos.

Az új megközelítésben a mérési bizonytalanság olyan minőségjellemző amely:

-univerzális, vagyis minden mérési területen használható

-konzisztens, vagyis komponenseiből leszármaztatható

-átvihető, vagyis más mérésnél mint az egyik összetevő bizonytalansága számitásba vehető

-konfidencia intervallumként funkcionál, vagyis meghatározható a hozzá tartozó konfidencia (bizalmi) szint.

A mérési bizonytalanságok csoportosítása meghatározási módszereik alapján történik. Két csoportot különböztetünk meg:

"A" tipusú meghatározás: itt a bizonytalanságot az ismételt megfigyelésekkel szerzett információk (ugynevezett posteriori ismeretek) statisztikai feldolgozásával határozzuk meg.

"B" tipusú meghatározás: ide tartozik minden más módszer. Ezek közös sajátossága, hogy a korábban megszerzett információk, a tapasztalat, (az un. a priori ismeretek) felhasználásával becsüljük meg a mérési bizonytalanságot.

Fontos hagsúlyozni, hogy az új megközelítés nem tesz különbséget a véletlen és rendszeres hibák között. Kerülendő a "véletlen" vagy "rendszeres bizonytalanság" kifejezések használata,mert ezek nem azonos kategóriák. (Pl. egy korrigált mérési eredmény végtelenül kis eltéréssel megközelítheti a tényleges értéket, vagyis a mérés hibája elhanyagolható, mégis a mérés bizonytalansága nagy lehet).

A fentieket egy példával lehet megvilágítani:
x a mérendő mennyiség *a* offszettel torzított értéke. A mérési eredményekből a mérendő mennyiség becslőjét (*y*) a korrigált mérési eredmények átlaga szolgáltatja:

$$y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i - a$$

(Vagyis mindegy, hogy az egyes mérési eredményt vagy az átlagot korrigáljuk!)

9-ből viszont következik, hogy:

$$u_e^2(y) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n}u(x_i)\right)^2 + \left(-1\ u(a)\right)^2 = \frac{u^2(x)}{n} + u^2(a)$$

Látható, hogy az eredő varianciában a korrekció varianciája teljes súllyal szerepel. Tehát nem elég a rendszeres hibával korrigálni, hanem a korrekciós tag varianciáját is meg kell határozni és az eredő bizonytalanság meghatározásánál számításba kell venni.

A mérési bizonytalanság meghatározása

Az új megközelítésben a bizonytalanság számszerűsítésére a becsült szórást használjuk, amely a definició szerint a becsült variancia négyzetgyöke. Ezt nevezzük standard bizonytalanságnak.

A bizonytalanság "A" tipusú meghatározásánál kiszámítjuk az elvégzett mérési sorozat varianciabecslőjét (s_i^2), illetve szórásbecslőjét (s_i) és ezt tekintjük a standard bizonytalanság számszerű értékének ($u_i = s_i$).

A bizonytalanság "B" tipusú meghatározásánál a mérési eredmény, mint valószinűségi változó eloszlására állítunk fel hipotézist (az un. a priori ismereteink alapján) és ezen feltételezett eloszlás szórása adja a standard bizonytalanság számszerű értékét (u_j).

A bevezetőben említett forrásmunkákhoz hasonlóan részletes magyarázatokkal, illetve mintapéldákkal mutatjuk be az alkalmazható számítástechnikákat.

a./ A bizonytalanság "A" tipusú meghatározása.

Az X_i mérendő mennyiség meghatározására n elemű mérési sorozatot végzünk. A sorozat elemei rendre $x_{i,1}$; $x_{i,2}$;...$x_{i,k}$;...$x_{i,n}$.
A sorozat átlaga X_i-nek, mint valószínüségi változó várható értékének x_i becslője, vagyis:

$$x_i = \bar{X}_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^{n} x_{i,k} \tag{1}$$

A sorozat tapasztalati varianciája:

$$s^2(x_{i,k}) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n} (x_{i,k} - \bar{X}_i)^2$$

Az x_i becslő varianciája, vagyis az átlag varianciája az ismert összefüggés szerint a sorozat varianciájának n-ed része:

$$s_i^2(\bar{X}_i) = \frac{s^2(x_{i,k})}{n} \tag{2}$$

Tehát a mérendő X_i várható értékének, μ_{xi}-nek becslője (mérés eredménye): $x_i = \bar{X}_i$, a becslés (a mérés) standard bizonytalansága pedig: $u_i = s_i$.

b./ A bizonytalanság "B" tipusú meghatározása.

Az X_i mérendő mennyiség várható értékének becslője az egy méréssel kapott x_i mérési eredmény. A becslés (a mérés) bizonytalanságát ($u(x_i)$) az összes rendelkezésre álló információ felhasználásával határozhatjuk meg. Ezek -az úgynevezett a priori ismeretek- lehetnek korábbi mérések eredményei, általános ismeret a mérendő mennyiség viselkedéséről, gyári specifikációból vagy korábbi mérési bizonyitványból kivett adat, de lehet szaktudásunk alapján felállitott hipotézis is.

Meg kell jegyezni, hogy a bizonytalanságnak ilyen, "B" tipusú becslése sokszor lehet olyan hatásos mint a sorozatmérésen alapuló "A" tipusú meghatározás. Jó példa erre az amikor egy normális eloszlásunak feltételezhető folyamat átlagának szórását akarjuk meghatározni sorozatméréssel. A véges számú n megfigyelés miatt az átlag ($\bar{X}$) is valószinűségi változó $\sigma(\bar{X})$ szórással. Ennek a $\sigma(\bar{X})$ szórásnak a becslője a (2) alapján meghatározott $s(\bar{X})$ tapasztalati szórás, vagyis a keresett mérési eredmény.

A becslő varianciájára igaz, hogy:

$$\sigma^2[s(\bar{X})] \cong \sigma^2(\bar{X})/2\nu$$

ahol ν az ugynevezett szabadságfok, esetünkben ez : $\nu = n-1$.

Így tehát mérési eredményünk $\left(s(\bar{X})\right)$ eredő relatív bizonytalansága:

$$\frac{\sigma[s(\bar{X})]}{\sigma(\bar{X})} \cong \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}}$$

Ennek számszerű értéke n függvényében az 1.táblázatban látható:

n	$\frac{1}{\sqrt{2(n-1)}}$ 100%
5	36%
10	24%
20	16%
30	13%
50	10%

1.táblázat

A táblázat adataiból következik, hogy 50-nél több megfigyelés szükséges ahhoz, hogy az átlag szórását 10%-nél kisebb relatív bizonytalansággal becsülhessük meg. Egy tapasztalt metrológus pedig egy megfelelő mérési összeállítással ezt lényegesen kevesebb megfigyelésből is meg tudná becsülni, kisebb bizonytalansággal.

A következőkben a teljesség igénye nélkül, számbavesszük a mérési bizonytalanság "B" tipusú meghatározásának válfajait.

b.1./ *Az x_i becslő értéke és a becslő bizonytalansága specifikációban adott. A specifikáció rögzíti a megadott bizonytalanság értelmezését is.*
Az adatokból a szórás illetve a variancia meghatározható.

Példa:*Az BIPM bizonyítvány szerint az No.16. magyar tömegetalon hitelesített tömege:*

$$m = 1000{,}000061 \text{ g}$$

a hitelesítés specifikált bizonytalansága: U(m)= 6,9 µg, *háromszoros szórásnyi intervallum.*
Ezek alapján a becsült standard bizonytalanság vagy szórás:

$$u(m)=\frac{6{,}9\ \mu g}{3}=2{,}3\mu g=2{,}3\ 10^{-6}g$$

a relatív szórás:

$$\frac{u(m)}{m} = \frac{2{,}3\ 10^{-6} g}{10^{3} g} = 2{,}3 10^{-9}$$

a variancia:

$$u^{2}(m) = 5{,}29 10^{-12}\ g^{2}$$

b.2./ *Az* x_i *mért mennyiség (becslő) bizonytalanságát 90, 95 vagy 99%-os konfidenciaszinttel adják meg.*

Mivel X_i eloszlása nincs jelezve feltételezhető, hogy az normális. (A centrális határeloszlás tétele értelmében ezen feltételezés az esetek jelentős részében jogos.) Normális eloszlásnál viszont az adott konfidencia szinthez tartozó konfidencia-intervallumból a szórás, vagyis a keresett standard bizonytalanság maghatározható a normális eloszlás nevezetes összefüggései alapján (l.:2.táblázat):

Konfidencia szint p (%)	Konfidencia intervallum ε	Szorzófaktor k
50	0,68 σ	0,68
68	σ	1
90	1,64 σ	1,64
95	1,96 σ	1,96
95,4	2 σ	2
99	2,58 σ	2,58
99,7	3 σ	3

2.táblázat

Példa: *Normálellenállás* $20^{o}C$*-on:* R=10,000625Ω, *99%-os konfidenciaszinthez tartozó specifikált bizonytalansága* U(r)=129μΩ.

A táblázat alapján a keresett standard bizonytalanság, a szórás:

$$u(r) = \frac{129\ \mu\Omega}{2{,}58} = 50\ \mu\Omega = 50\ 10^{-6}\Omega$$

a relatív standard bizonytalanság:

$$\frac{u(r)}{R} = \frac{50.10^{-6}}{10} = 5.10^{-6}$$

a variancia:

$$u^2(r)=25.10^{-12}\Omega^2$$

Példa: *Egy alkatrész lényeges mérete 50%-os "valószinűséggel"* 10,07 mm - 10,15 mm *közé esik.*
A méret becslője:

$$l=\frac{10{,}07\ +\ 10{,}15}{2}=10{,}11\text{mm}$$

Az 50%-os konfidenciaszinthez tartozó konfidencia-intervallum nagysága:

$$\varepsilon_{50\%}=0{,}04\ \text{mm}$$

A fentiekből következik a keresett standard bizonytalanság, a szórás:

$$u(l)=\frac{\varepsilon}{k}=\frac{0{,}04\ \text{mm}}{0{,}68}=0{,}06\text{mm}$$

és a variancia:

$$u^2(l)=3{,}6.10^{-3}\ \text{mm}^2$$

** bizonyítása: Legyen az egyenletes eloszlás $x_i=0$-ra normált, ahol $a_-=-a$, $a_+=+a$.
A variancia definiciója: $\sigma^2(x)=\phi^2(x)-\mu^2(x)$.
Ezek alapján:

$$\mu(x)=\int_{-\infty}^{\infty}x\ f(x)\ dx=0$$

$$\phi^2(x)=\int_{-\infty}^{\infty}x^2\ f(x)\ dx=\int_{-a}^{a}x^2\ \frac{1}{2a}\ dx=\frac{1}{2a}\left[\frac{a^2}{3}\right]_{-a}^{a}=\frac{a^2}{3}$$

tehát $\sigma^2(x)=\frac{a^2}{3}$; amit bizonyítani akarunk.

(a 10. oldal lábjegyzete)

b.3./ Sokszor adják meg azt, hogy:

" X_i *benne van az* a_- *és az* a_+ *határokkal meghatározott intervallumban* 2/3 *valószinűséggel.*"

A részletes adatok hiánya miatt feltételezhetjük, hogy:

-az intervallum szimmetrikus:

$$a = \frac{a_+ - a_-}{2}$$

-X_i eloszlása normális.

A keresett standard bizonytalanság, a szórás meghatározható:

2/3 = 67% ≅68% normális eloszlásnál ehhez k = 1 tartozik, tehát:

$$u(x_i) = a$$

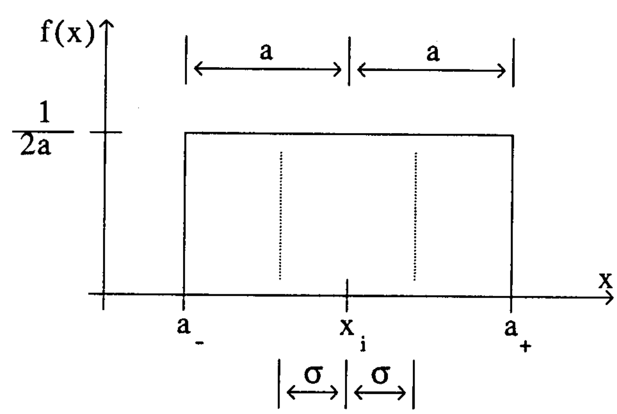
a variancia:

$$u^2(x_i) = a^2$$

b.4./ Máskor az állítás így hangzik:

" *Annak valószínűsége, hogy* X_i *benne van az* a_- *tól* a_+ - *ig terjedő intervallumban gyakorlatilag* 1."

Nem tudjuk, hogy ezen belül hól helyezkedik el X_i. Ha feltételezzük, hogy X_i az intervallumon belűl bárhól előfordulhat azonos valószínűséggel, akkor X_i feltételezett eloszlása egyenletes.



1.ábra

ahol $$a = \frac{a_+ - a_-}{2}$$

$$x_i = \frac{a_+ + a_-}{2} \qquad (3)$$

Az egyenletes eloszlás varianciája (l.:bizonyítás):

$$\sigma^2(x) = \frac{a^2}{3} \qquad **$$

A fentiek alapján X_i becslője x_i (3) és a becslés standard bizonytalansága, szórása pedig:

$$u(x) = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{12}} \qquad (4)$$

Példa: Egy digitális feszültségmérő műszerkönyvében szereplő specifikáció a következő:

" *A kalibrálást követő második évben az 1V-os méréshatár bizonytalansága* $14x10^{-6}$ *a mért értékre és* $2x10^{-6}$*a méréshatárra vonatkoztatva.*"

A kalibrálást követő 20. hónapban végrehajtott sorozatmérés átlaga (1) és "A" tipusú meghatározással a bizonytalansága (2) a következő:

$$\bar{V} = 0.928571 \text{ V}$$

$$u(\bar{V}) = 12 \ \mu\text{V}$$

A gyári specifikáció viszont arra utal, hogy a 20. hónapban már számítani lehet egy eltolódásra, amiről csak azt tudjuk, hogy szimmetrikus határok között, azonos valószinűséggel bárhól lehet. Vagyis eloszlása egyenletes. A szimmetrikus intervallumhatár a specifikáció alapján meghatározható:

$$a = (14.10^{-6})(0{,}928571 \text{ V}) + (2.10^{-6})(1 \text{ V}) = 15 \ \mu\text{V}$$

(4) alapján $\Delta\bar{V}$ eltolódás varianciája:

$$u^2(\Delta\bar{V}) = \frac{a^2}{3} = 75\ \mu V^2$$

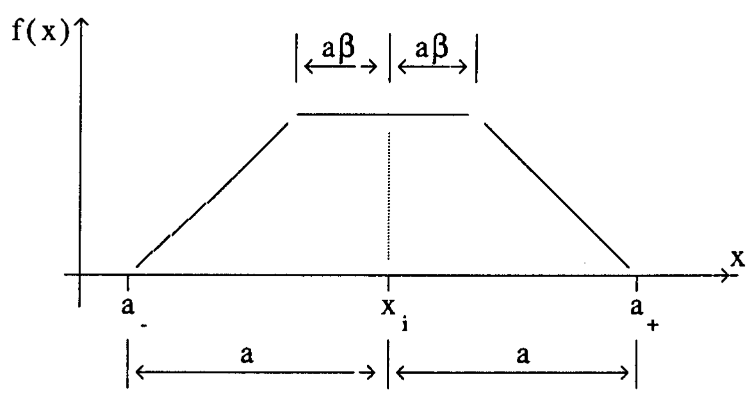
A mérés eredő varianciája az $u^2(\bar{V})$ és $u^2(\Delta\bar{V})$ varianciák összege. Tehát a mérendő mennyiség becslésének eredő bizonytalansága:

$$u(v) = +\sqrt{u^2(\bar{V}) + u^2(\Delta\bar{V})} = 15\ \mu V$$

b.5./ A b.4.pontban az volt a hipotézisünk, hogy az X_i mérendő mennyiség 100%-os valószinűséggel benne van az a_- és a_+ határokkal megadott intervallumban. Az intervallumon belüli elhelyezkedésének valószinűségét viszont egyéb ismeret hiányában mindenhol azonosnak vettük. Ezért modelleztük X_i elosztását egyenletesnek.

Ismereteink, tapasztalataink alapján *tudjuk, hogy a fizikai valóságot jobban tükrözné olyan modell amely nagyobb valószínűséget ad az intervallum közepének mint a két szélének.*

Egy ilyen modell lehet a trapézeloszlás:



2.ábra

ahol $a = \frac{a_+ - a_-}{2}$ $\qquad x_i = \frac{a_+ + a_-}{2}$ $\qquad 0 \leq \beta \leq 1$

$\beta = 1$: egyenletes eloszlás

$\beta = 0$: háromszögeloszlás

A trapézeloszlású x_i becslő varianciája a b.4.pontban szereplő bizonyítás alapján levezethető:

$$u^2(x_i) = \frac{a^2\,(1 + \beta^2)}{6} \qquad (5)$$

$\beta = 0$ helyettesítéssel a háromszögeloszlás varianciája pedig:

$$u^2(x_i) = \frac{a^2}{6} \qquad (6)$$

Az eredő bizonytalanság meghatározása

Az eddigiekben a méréssel becsült egyes komponensek standard bizonytalanságainak meghatározásával foglalkoztunk. A mérendő mennyiséget ezen összetevők alapján számítással határozzuk meg ezért módszert kell találnunk arra, hogy az összetevők bizonytalanságaiból meghatározhassuk a mérendő mennyiség eredő bizonytalanságát.

Az összetevő, vagy bemeneti mennyiségek (X_i) és a mérendő, vagy kimeneti mennyiség (Y) kapcsolatát megadó függvény a fizikai törvényszerűségek alapján ismert és a következő írásmóddal szimbolízálható:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots X_i, \dots X_N) \qquad (7)$$

(7) *a mérési folyamat matematikai modellje.*

A mérési folyamat során az X_i bemeneti mennyiségek becslőjét (x_i) határozzuk meg. A becslők értékét (7)-be helyettesítve kapjuk a kimeneti (mérendő) mennyiség becslőjét, y-t:

$$y = f(x_1, x_2, \dots x_i, \dots x_N) \qquad (8)$$

A becsült kimeneti mennyiség standard bizonytalanságát (8) Taylor-sorának elsőfokú tagjaival közelítjük:

$$u_e^2(y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) \tag{9}$$

A (9) csak akkor igaz, ha az egyes bemeneti mennyiségek statisztikailag függetlenek, vagyis korrelálatlanok. Amennyiben a statisztikai függetlenség nem teljesül akkor a kimeneti mennyiség standard bizonytalanságának meghatározása a következő formula alapján lehetséges:

$$\begin{aligned} u_e^2(y) &= \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \\ &= \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j \end{aligned} \tag{10}$$

ahol $u(x_i, x_j)$ az $x_{i,} x_j$ becslők becsült kovarianciája. (10)-et a *"standard bizonytalanságok terjedési törvényének"* nevezzük. A statisztikai függőség számszerűsítésére a korrelációs együttható használható, amelynek definiciója:

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)\, u(x_j)} \tag{11}$$

ahol $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq 1$

(9)-ből következik, hogy a bemeneti mennyiségek statisztikai függetlensége, azaz $r(x_i, x_j) = O$ esetén a *varianciák súlyozott összegének pozítiv négyzetgyöke* adja a kimenő mennyíség becslőjének standard bizonytalanságát. (10) és (11) -ből viszont levezethető, hogy teljesen korrelált bemenő mennyiségeknél, ahol $r(x_{i,} x_j) = +1$:

$$u_e^2(y)=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}u(x_i)u(x_j)=$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)u\,(x_i)\right)^2$$

vagyis a *szórások súlyozott összege* adja a kimenő mennyiség becslőjének standard bizonytalanságát.

Ki kell emelni, hogy a mérési bizonytalanság meghatározásának új megközelítése szakított az úgynevezett "worst case", a "legkedvezőtlenebb hiba" becslésének módszereivel, mert azok nem vették figyelembe a bemenő mennyiségek esetleges statisztikai függőségét. Ezen elhanyagolás viszont az eredő bizonytalanság alá- vagy felébecslését eredményezte amely mind műszakilag, mind gazdaságilag káros.

A statisztikai függetlenség feltételezése a fizikai képpel is ellentétes. A korreláltság a mért bemeneti mennyiségeknél szinte mindig kimutatható. Hol azért, mert a különböző bemeneti mennyiségeket azonos műszerrel mérjük, hol azért mert a környezeti feltételek (pl. a hőmérséklet) több bemenő mennyiségre hatnak. Tehát kimondható, hogy a bemeneti becslők (x_i), vagyis a mért mennyiségek korreláltságára még akkor is számítani kell, ha a becsült bemeneti mennyiségek (X_i) egymással korrelálatlanok.

A kérdés csak az, hogy hogyan határozható meg két statisztikailag nem független mennyiség kovarianciája, vagy korrelációs együtthatója.

A kovariancia "A" tipusú meghatározása:

x_i és x_j korreláltságának megállapítására n elemű mérési sorozatokat végzünk. Az $x_{i1},x_{i2},\ldots x_{ik},\ldots x_{in}$ és $x_{j1},x_{j2},\ldots x_{jk},\ldots x_{jn}$ sorozatokból a kovariancia becslője meghatározható:

$$s(\bar{X}_i,\bar{X}_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{n} (x_{ik} - \bar{X}_i)\,(x_{jk} - \bar{X}_j) \qquad (12)$$

$$\text{ahol} \quad \bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_{ik}, \qquad \bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_{jk}$$

továbbá (2)-ből következik,hogy:

$$s^2(\bar{X}_i) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{n} (x_{ik} - \bar{X}_i)^2$$

$$s^2(\bar{X}_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{n} (x_{jk} - \bar{X}_j)^2$$

(11)-be helyettesítve kapjuk a korrelációs együttható becslőjét:

$$r(\bar{X}_i,\bar{X}_j) = \frac{s(\bar{X}_i,\bar{X}_j)}{s(\bar{X}_i)\; s(\bar{X}_j)}$$

Tehát a párokban végzett sorozatméréssel X_i és X_j kovarianciabecslője meghatározható, mert ha x_i és x_j becslője X_i és X_j-nek, akkor a becsült kovarianciára írható, hogy:

$u(x_i,x_j) = u(\bar{X}_i,\bar{X}_j) = s(\bar{X}_i,\bar{X}_j)$

A kovariancia "B" tipusú meghatározása:

Ez a korrelációs együttható becslését jelenti egy, a korreláltság mértékére felállított hipotézis alapján. Ehhez nagy tapasztalat, sok-sok előzetes ismeret (a priori) szükséges, de jól tervezett ellenőrző mérésekkel a hipotézis helyessége ellenőrizhető illetve a kezdeti hipotézis finomítható.

A mérési folyamat matematikai modelljéből (7) következik, hogy az összes bemeneti mennyiség páronkénti korreláltságát vizsgálni kell. Az így meghatározott kovarianciák egy mátrixba rendezhetők. A kovariancia mátrix főátlójában lévő elemek az egyes varianciák, mert $u_{ii}=u_i$, míg a többi elem a kovarianciák, amelyek a főátlóra szimmetrikusak, mert $u_{ij}= u_{ji}$.

Az elmondottakból következik, hogy a mérendő mennyiség (Y) bizonytalanságának meghatározásához nem csak a fizikai valóságot tükröző matematikai modell (7) ismerete, hanem a bemenő mennyiségek bizonytalanságát és korreláltságát megadó koveriancia mátrix meghatározása is szükséges. Kimondható tehát, hogy míg a mérés "csak" technikát, addig a kiértékelés sok-sok szaktudást igényel.

IRODALOMJEGYZÉK

[1] Report on the BIPM Enquire on Error Statements
BIPM (1981), Rapoort BIPM-80/3

[2] CIPM (1981), BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Mesures 49; Giacomo, P. (1982), Metrologia 18.

[3] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
ISO/TAG 4/WG 3: June 1992.

[4] Guidelines for the Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration
WECC Doc. 19-1990.

[5] B.N.Taylor - C.E.Kuyatt: Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results
NIST Technical Note 1297

[6] NIS 3003 The expression of Uncertainty and Confidence of Measurements (with Particular Reference to Electrical Measurements) NPL-NAMAS 1991.

[7] PTB-DKD-3 Deutscher Kalibrierdienst: Ermittlung von Messungsicherheiten. 1991.

Mi a korszerű a mérési bizonytalanságok terén?

1. Egy mérési folyamat bizonytalansági listájának tartalmaznia kell az összes bizonytalansági forrást, a megfelelő varianciákat és a számítási vagy becslési módszereket!

2. Ne különböztesd meg a rendszeres és véletlen hibákat, mert a korrekciós tag varianciáját nem hanyagolhatod el!

3. Csak a varianciákra koncentrálj, mert a " hibaterjedés törvénye " csak ezekre érvényes!

4. Kerüld a "worst-case" becslést, vagy a "feladatnak megfelel" állításokat, mert ezek a bizonytalanság alá - vagy felébecsléséhez egyaránt vezethenek!