Együttműködés versengés közepette – Ágensek szavaznak

Mechanizmus-tervezés: szociális jóléti függvény
nem kooperatív (versengő) ágensek

Szavazás (**Voting**)

Árverés (**Auction**)

Tárgyalás (Negotiation)

(Érvelés (Arguing))

Szociális választás elmélete (Social Choice Theory)

Versengő preferenciák korrekt, kielégítő aggregálása egy közösségi döntésbe (szociális kimenetel): szavazás, erőforrások felosztása, koáliciók formálása, tetszési indexek számítása, kollaboratív szürés, …

Lényegi komponensek

- autonóm ágensek (szavazók) $N = \{1, \ldots, n\}$
- alternatívák (kimenetelek, jelöltek) $\Omega = \{\omega 1, \omega 2, \ldots\}$
- preferenciák (kiemenetelek rendezése) $\Pi(\Omega)$
- (csoport)profil $\Pi_1(\Omega) \times \ldots \times \Pi_n(\Omega)$

aggregáló függvény

- **társadalmi választási függvény** (social choice function) $f: \Pi_1(\Omega) \times \ldots \times \Pi_n(\Omega) \rightarrow \Omega$
- **társadalmi jóléti függvény** (social wellfare function) $f: \Pi_1(\Omega) \times \ldots \times \Pi_n(\Omega) \rightarrow \Pi(\Omega)$

Milyen egy (**egyéni/csoportos**) **racionális** döntés?
Milyen egy jó aggregáló függvény?
Egy jó aggregáló függvény mely tulajdonságai egyidejűleg biztosíthatók?
Profitálhatnak-e a szavazók, ha a preferenciáiról hazudnak?

Racionális ágensek

Preferenciák tranzitivitása: humán racionalitás alapvető aspektusa, helyes világfelfogás kifejezése

Tranzitív preferencia $x \succ_i y,\ y \succ_i z \Rightarrow x \succ_i z$

legalább olyan jó $x \succcurlyeq_i y$

indifferens $x\ I_i\ y$

Ha: alma $\succ_{János}$ körte, körte $\succ_{János}$ szilva

$\Rightarrow$ „elvárt”, hogy alma $\succ_{János}$ szilva

Ha: alma $\succ_{évfolyam}$ körte, körte $\succ_{évfolyam}$ szilva

$\Rightarrow$ „elvárt-e”, hogy alma $\succ_{évfolyam}$ szilva ?

Ordinális v. kardinális preferencia

Mennyire $x \succ_{János} y$? ---|------------|---- ----------|---|--------

x y x y

ordinális csak rangsorolás

kardinális finomabb, precízebb? J. Nash (1950), J. Harsányi (1955)

A szavazási mechanizmusok többsége ordinális.

Legelterjedtebb szavazási protokollok

Többségi szavazás (**Plurality** rule) (**TB**): a győztes az, akié a legtöbb szavazat (a semleges szavazat nem számít)

$$|\{i \in N : x \succ_i y\}| > |\{i \in N : y \succ_i x\}| \text{ -ből következik } x \succ_P y$$

Minősített többségi szavazás (**Majority** rule) (**MT**): a győztes az, akié a szavazatok több, mint a fele (csak a mellette szavazat számít, aki semleges, az ellene van)

$$|\{i \in N : x \succ_i y\}| > n/2 \text{ -ből következik } x \succ_M y$$

May tétel (**Kenneth May,** 1952)**:** Ha 2 jelölt van, a TB az egyetlen olyan döntési folyamat, ami az alábbi 3 alapfeltétellel konzisztens :

- **anonim**: minden szavazónak egyenlő a súlya,
- **semleges**: a preferenciák átcimkézése az eredményt nem befolyásolja,
- (pozitívan reagáló):

  erősen monoton: holtversenyben, ha egy szavazó x-nek kedvező módon változtatja meg a preferenciáit, akkor x lesz a győztes,

  gyengén monoton: ha x a győztes és egy szavazó még inkább jobban felértékeli, akkor x marad a győztes.

MT szabály 2 jelölt esetén OK, de tendencia több jelöltre alkalmazni.
Tipikus kiterjesztések, pl.:

- **Tiszta többségi szavazás**: az győz, akinek a legtöbb szavazata van (de akár < 50%).
- **Kétfordulós** (run-off, RO): az a győztes, aki a minősített többséget kapja, ha az nincs, akkor a legjobb kettő egymással szemben, sima többséggel.

	1 cs	2 cs	3 cs	4 cs
	20	24	26	30
1.	z	y	x	w
2.	x	z	y	z
3.	y	x	z	x
4.	w	w	w	y

TB:

w győz 30 szavazattal (kisebbségi jelölt!)

w egyenkénti felmérésben mindenkivel szemben alulmarad, mégis győz.

Kétfordulós: nincs minősített többség,
a két legjobb jelölt: **w** (30), **x** (26)
2-ik fordulóban: **x** (70), **w** (30), **x** a győztes.

Akik a **z** mellett vannak, „joggal?” panaszkodhatnak, hogy miért éppen **x**, ha a többségnél $z \succ_i x$! Mégis **x** miért nyert?

Többségi szavazás baja közismert, ~ 1700, Francia Akadémia

Jean-Charles de **Borda**
súlyozott rendezés
Borda-szabály

Marquis de **Condorcet**
páronkénti győztes, Condorcet-kritérium

de már: Ramon Llull (1232 - 1316) - c. 1299),
The Augsburg Web Edition of Llull's Electoral Writings: www.uni-augsburg.de/llull/ (2001)

Súlyozott rendezett szavazás - Borda szavazás (BC)

- k alternatíva, egész szám minősítés, mindenki rangsorol, a legrosszabb alternatíva 0, a legjobb (k-1) (semleges = azonos súly)
- alternatívánként összegzés
- eredmény: az alternatívák teljes, tranzitív szociális rendezése

	1	2	3	4	5	6	7	BC
1.	w	w	x	x	y	y	w	w = 11
2.	x	x	y	y	z	z	x	x = 12
3.	y	y	z	z	w	w	y	**y = 13**
4.	z	z	w	w	x	x	z	z = 6

$y \succ_{BC} x \succ_{BC} w \succ_{BC} z$

Borda szavazás (BC) - „győztesből vesztes – paradoxon”

A z a versenyben nem számít. Tegyük z-t utolsónak, a rendezés marad.

Az y, x és w versenyében z egy „irreleváns” alternatíva.
BC szavazásban sérül az „**érdektelen alternatívák függetlensége (IIA)**” **kritériuma**. Az eredmény nem logikus, manipulálható.

	1	2	3	4	5	6	7	BC
1.	w	w	x	x	y	y	w	w = 11
2.	x	x	y	y	z	z	x	x = 12
3.	y	y	z	z	w	w	y	**y = 13**
4.	z	z	w	w	x	x	z	z = 6

$y \succ_{BC} x \succ_{BC} w \succ_{BC} z$

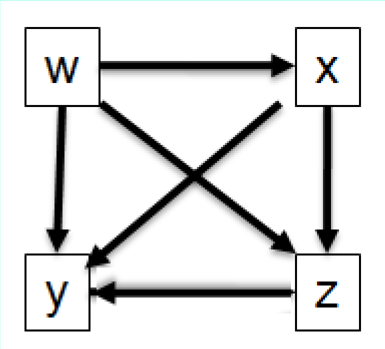
	1	2	3	4	5	6	7	BC
1.	w	w	x	x	y	y	w	**w = 15**
2.	x	x	y	y	w	w	x	x = 14
3.	y	y	w	w	x	x	y	y = 13
4.	z	z	z	z	z	z	z	z = 0

$w \succ_{BC} x \succ_{BC} y \succ_{BC} z$

Condorcet győztes:: páronként mindenkinél jobb (többségi gráf)

w a Condorcet győztes

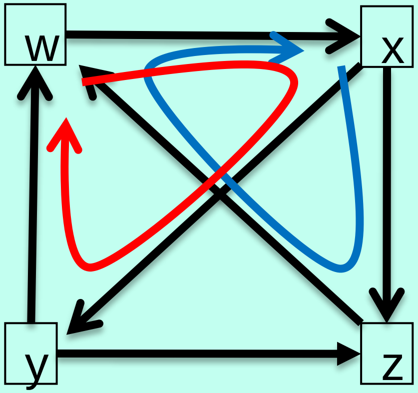
A példában sérül az un. **Condorcet kritérium**
(ha van Condorcet győztes, akkor az algoritmusnak őt kell megválasztania!)



	1	2	3	4	5	BC
1.	w	w	z	x	x	w = 9
2.	x	x	y	z	y	**x** = 10
3.	y	z	w	w	w	y = 5
4.	z	y	x	y	z	z = 6

Ciklusok problémája – a Condorcet győztes nem mindig létezik

	1	2	3	4	5	6	7	BC
1.	w	w	x	x	y	y	w	w = 11
2.	x	x	y	y	z	z	x	x = 12
3.	y	y	z	z	w	w	y	**y = 13**
4.	z	z	w	w	x	x	z	z = 6



Kritériumok

Szavazó algoritmus tervezése

Algoritmus

Kritériumok:

- Condorcet k.
- IIA k.
- Monotonitási k.
- Pareto k.
- Konzisztencia k.
- …

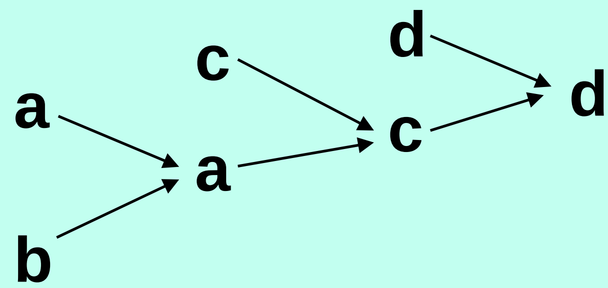
További furcsaságok - válogatás

Páronkénti összehasonlítás és **Pareto kritérium**

Ha minden szavazó **x** jelöltet jobbnak tartja **y** jelöltnél, a szavazásnak nem lenne szabad **y**-t győztesként kihozni.

1	1	1
a	c	b
b	a	d
d	b	c
c	d	a

Szekvenciális mérközés sérti a Pareto kritériumot. Az alábbi agendában **d** győz, pedig **b**-t mindenki jobbnak tart a **d**-nél.



„Egy szavazatú” választási rendszerek – **Virtuális Többfordulós** (**VT**) – **Single Transferable Vote** (**STV**)

Szavazás: alternatívák rangsorolása. Értékelés: virtuális több forduló

1. (M) Minősített többségi győztes OK.
2. Nincs (M). Legkisebb szavazattal rendelkező jelölt eliminálása.
A szavazatok átemelése a másodiknak rangsorolt jelöltnek. Vissza 1-hez.

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	**z**	**y**	**y**	**x**	**w**
2.	x	z	x	y	z
3.	y	x	z	z	x
4.	w	w	w	w	y

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	**x**	**y**	**y**	**x**	**w**
2.	y	x	x	y	x
3.	w	w	w	w	y

1’. x=11, w=9, y=6
2’. y eliminált

1. w=9, x=6, y=6, z=5
2. z eliminált

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	**x**	**x**	**x**	**x**	**w**
2.	w	w	w	w	x

1”. x=17, w=9, **x a győztes.**

Sérül: - Condorcet győztes megválasztása (ha van) nincs garantálva
- nem monoton:

Monotonitási kritérium: Ha valamelyik szavazó meggondolja magát és egy alternatívát jobban értékel, akkor e alternatíva esélyeit kell, hogy segítse, vagy legalább ne rontsa.

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	**z**	**y**	**x**	**x**	**w**
2.	x	z	y	y	z
3.	y	x	z	z	x
4.	w	w	w	w	y

De most tegyük előbbre x-t a 3-as csoportnál.

1. w=9, x=8, y=4, z=5
2. y eliminált

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	**z**	**z**	**x**	**x**	**w**
2.	x	x	z	z	z
3.	w	w	w	w	x

1'. x=8, w=9, z=9
2'. x eliminált

	1	2	3	4	5
	5	4	2	6	9
1.	**z**	**z**	**z**	**z**	**w**
2.	w	w	w	w	z

1''. w=9, z=17,
z a győztes

Szavazási paradoxonok

(1) Értelmes algoritmusok és értelmes kritériumok nemigen futnak együtt.

(2) Egyéni preferenciák tranzitivitása ellenére a többségi szavazásból adódó közösségi preferencia nem mindig az (többségi gráf ciklusai).

Tranzitív preferencia a racionális gondolkodás és a cselekvés alapvető követelménye. Döntésképes, racionális egyén/ágens tranzitív.
Mi a helyzet a közösséggel? Nem lenne az?

TB, MT szabályok gyakorlati alapja a May tétel + ciklusok ritkasága
Pl. 3 szavazó, 3 jelölt: 216 tip. profil, ciklusok csak 12-ben = 5.6%

Ha szavazószám, jelöltszám nő, a ciklusok valószínűsége nő.

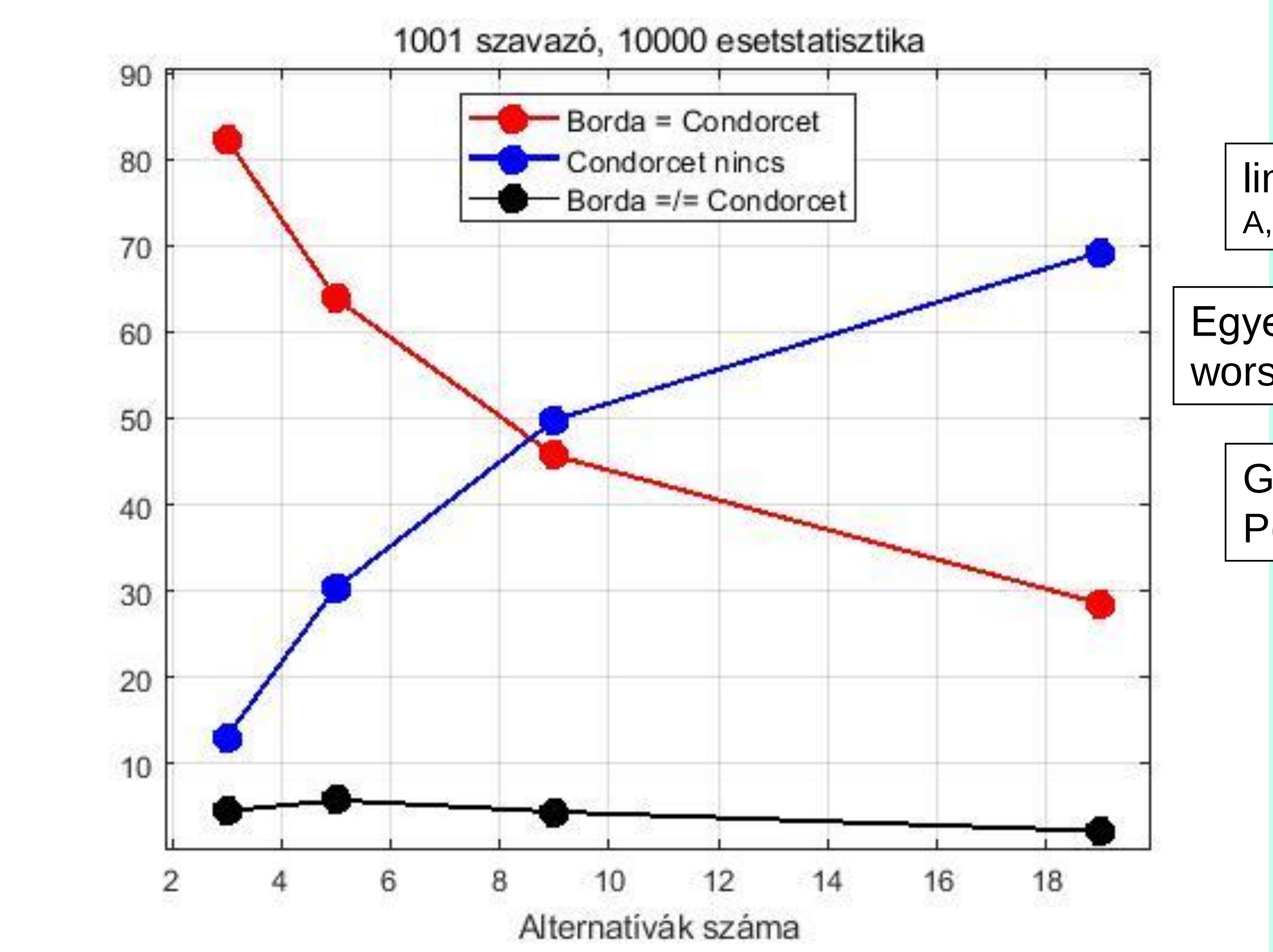
Condorcet megközelítés

Páronkénti összehasonlítás, mindenki mindenkivel

Condorcet kritérium - ha van Condorcet győztes – ez legyen a győztes

- <u>de ha nincs, milyen legyen a létező információ kiaknázása</u>?

Profil: 3, 5, 9, 19 jelölt, 1001 szavazó, 10000 véletlen sorsolt ismétlés
Borda-megoldás és Condorcet-megoldás összehasonlítása



lim P(ciklus) = 1
A, V $\to \infty$

Egyenletes sorsolás:
worst-case!

Gyakorlatban
P(ciklus) << 1

Szavazási paradoxonok

Arrow tétel (Kenneth J. Arrow, 1963) - Nincs olyan szavazási protokoll, ami az alábbi minimálisnak mondható alapvető követelményeket teljesítené.

Tegyük fel, hogy egy szavazási protokoll:

Nemdiktatorikus: a szociális eredménypreferencia nem tükrözhet valamelyik egyéni preferenciát, a többi szavazó preferenciájától függetlenül.

Pareto-elvű: ha minden szavazó egy alternatívát jobbnak tart másnál, akkor a szociális preferenciának ezt tükröznie kell.

→ Ha egy választási protokoll nemdiktatorikus és teljesiti a Pareto-elvet, akkor található olyan választói halmaz, ahol a szociális preferencia intranzitiv (szavazási ciklus), és/vagy sérül az irreleváns alternatíva függetlensége.

Melyik választási protokoll az, aminek problémái legkevésbé zavarók az adott közösség gyakorlatában?

https://en.wikipedia.org/wiki/Comparison_of_electoral_systems

Sort:																						
	Majority	Maj. loser	Mutual maj.	Condorcet	Cond. loser	Smith/ ISDA	LIIA	IIA	Clone-proof	Monotone	Consistency	Participation	Reversal symmetry	Polytime/ resolvable		Summable	Later-no-Harm	Later-no-Help	Favorite betrayal [clarification needed]	Ballot type	Ranks =	Ranks >2
Approval	Rated [a]	No	No	No[b][c]	No	No[b]	Yes	Yes [d]	Yes[e]	Yes	Yes	Yes	Yes	$O(N)$	Yes	$O(N)$	No	Yes [f]	Yes	Appr-ovals	Yes	No
Borda count	No	Yes	No	No[b]	Yes	No	No	No	Teams	Yes	Yes	Yes	Yes	$O(N)$	Yes	$O(N)$	No	Yes	No	Ranking	No	Yes
Copeland	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	No [b]	Teams, crowds	Yes	No[b]	No[b]	Yes	$O(N^2)$	No	$O(N^2)$	No[b]	No	No[b]	Ranking	Yes	Yes
IRV (AV)	Yes	Yes	Yes	No[b]	Yes	No[b]	No	No	Yes	No	No	No	No	$O(N^2)$	Yes[g]	$O(N!)$[h]	Yes	Yes	No	Ranking	No	Yes
Kemeny–Young	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No [b]	Spoilers	Yes	No[b] [i]	No[b]	Yes	$O(N!)$	Yes	$O(N^2)$[j]	No[b]	No	No[b]	Ranking	Yes	Yes
Majority judgment[k]	Rated [l]	Yes [m]	No[n]	No[b][c]	No	No[b]	Yes	Yes [d]	Yes	Yes	No[o]	No[p]	Dep-ends[q]	$O(N)$	Yes	$O(N)$[r]	No[s]	Yes	Yes	Scores[t]	Yes	Yes
Minimax	Yes	No	No	Yes[u]	No	No	No	No [b]	Spoilers	Yes	No[b]	No[b]	No	$O(N^2)$	Yes	$O(N^2)$	No [b][u]	No	No[b]	Ranking	Yes	Yes
Plurality	Yes	No	No	No[b]	No	No[b]	No	No	Spoilers	Yes	Yes	Yes	No	$O(N)$	Yes	$O(N)$	N/A[v]	N/A[v]	No	Single mark	N/A	No
Range voting	No	No	No	No[b][c]	No	No[b]	Yes	Yes [d]	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	$O(N)$	Yes	$O(N)$	No	Yes	Yes	Scores	Yes	Yes
Ranked pairs	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No [b]	Yes	Yes	No[b]	No[p][b]	Yes	$O(N^4)$	Yes	$O(N^2)$	No[b]	No	No[p][b]	Ranking	Yes	Yes
Runoff voting	Yes	Yes	No	No[b]	Yes	No[b]	No	No	Spoilers	No	No	No	No	$O(N)$ [w]	Yes	$O(N)$[w]	Yes	Yes [x]	No	Single mark	N/A	No [y]
Schulze	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	No [b]	Yes	Yes	No[b]	No[p][b]	Yes	$O(N^3)$	Yes	$O(N^2)$	No[b]	No	No[p][b]	Ranking	Yes	Yes
Sortition, arbitrary winner[z]	No	No	No	No[b]	No	No[b]	Yes	Yes	No	Yes	Yes	Yes	Yes	$O(1)$	No	$O(1)$	Yes	Yes	Yes	None	N/A	N/A
Random ballot[aa]	No	No	No	No[b]	No	No[b]	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	$O(N)$	No	$O(N)$	Yes	Yes	Yes	Single mark	N/A	No

Szavazási paradoxonok, folytatás

Létezik-e alkalmas manipulálás (hazúg szavazás, ***tactical voting***) minden értelmes szavazási algoritmusnál? (lényegében igen)

Mennyire (számítástechnikailag) nehéz egy alkalmas manipulálási precedurát kitalálni? Worst case-ben? Átlagos helyzetben?

Gibbard–Satterthwaite tétel (1973)

Ha $|A| > 3$: akkor az alábbi feltételek egyike minden szavazási protokollra igaz:

- a szavazás diktatórikus (egyetlen szavazó meghatározza a győztest), ill.
- van olyan jelölt, aki a protokollt alkalmazva soha nem győzhet, vagy
- a szavazás manipulálható (tactical voting):
  bizonyos feltételek mellett egy szavazó, <u>a szavazási protokoll és a mások preferenciái ismeretében</u>, nem a tényleges preferenciái szerint szavazva, befolyásolhatja a szavazás kimenetelét.

stb.

Heurisztika a javából: Hibrid Condorcet szavazás

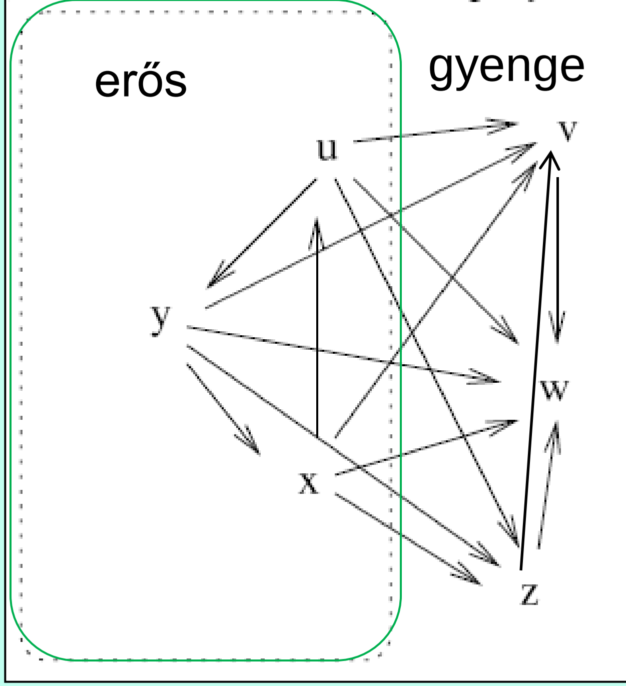
Black módszere: Condorcet konzisztens vegyes szavazás

(1) Ha van Condorcet győztes – azt válasszuk!

(2) Különben a protokoll legyen a Borda szabály

Teljesít: Pareto kritérium, Condorcet kritérium, monotonitási kritérium, …

És ha vannak ciklusok?



Smith kritérium - Nem kívánatos alternatívák eliminálása. A legyőzhetetlen alternatívák keresése.

Smith halmaz (Top Cycle Set) : $A \subset X$, A minden eleme győz az X\A minden elemével szemben.

Győzelem-veszteség mérleg (Copeland szabály)
#győzelem - #veszteség (minden él = 1)
ha van ciklus, sok döntetlen helyzet várható

Aggregált páronkénti szavazás (AP)
ciklus ellenére tranzitív sorrendezés
x aggregált szavazata: $|\{i \in N : x \succ_i y\}| + |\{i \in N : x \succ_i z\}| + \ldots$

Schultze-féle módszer (1997, 2003) **(SM)**
Cloneproof Schwartz Sequential Dropping
- ha létezik Condorcet győztes, SM azt választja meg
- semlegesség, anonimitás, monotonitás, klón-függetlenség, ...
- Smith-IIA: ha egy jelöltet hozzáadunk, csak akkor lehet befolyással, ha benne van a Smith halmazban.

Tranzitív győzelem:
x tranzitíve győz y-nal szemben, ha létezik x $\succ_P$ ..., $\succ_P$ y lánc
(annak ellenére, hogy pl. közvetlenül y $\succ_P$ x)
Lánc erőssége: min győzelmi margó a láncbeli két alternatíva között

P[x,y] az x-től y-ig a legerősebb lánc erőssége

Cél: olyan, a legerősebb láncokkal rendelkező alternatívát megtalálni, ami minden más alternatívát legyőz: ha P[x,y] $>$ P[y,x], x kizárja y-t.

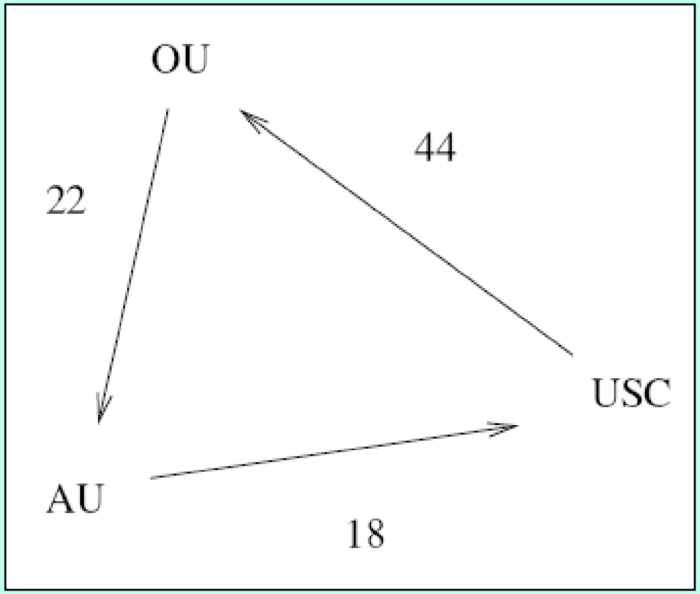
A nem kizárt alternatívák a „potenciális győztesek” halmaza - egy, OK, ha több, valamilyen más döntési eljárás

Pl. 3 csapat, hány szavazó kit gondol jobbnak

P[OU,AU] = 22	P[OU,USC] = 18
P[AU,OU] = 18	P[AU,USC] = 18
P[USC,OU] = 44	P[USC,AU] = 22

P[USC,OU] $>$ P[OU,USC], USC kizárja OU-t
P[USC,AU] $>$ P[AU,USC], USC kizárja AU-t

USC a győztes

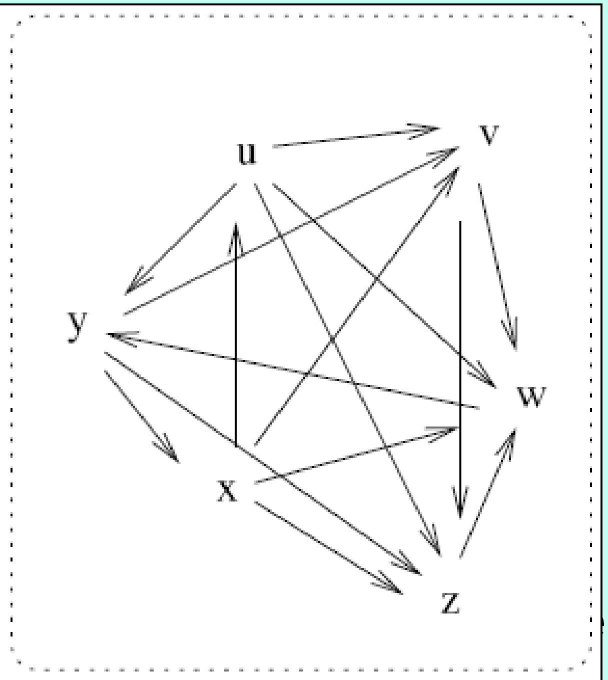


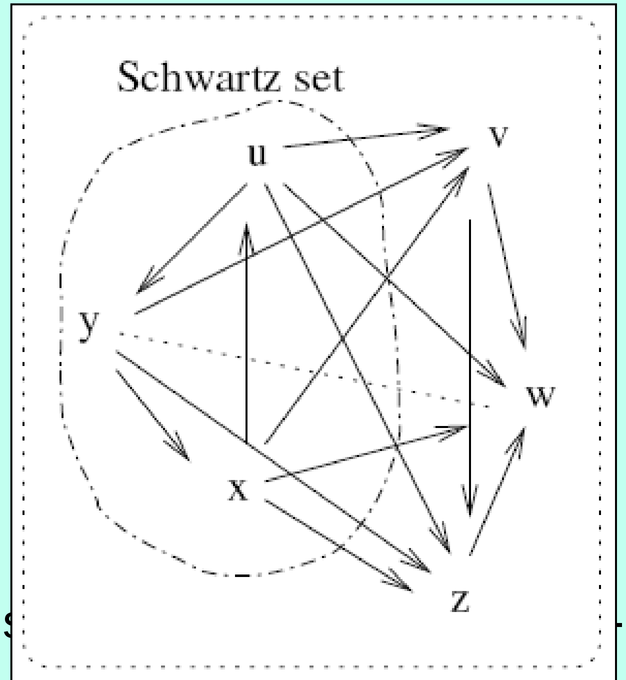
Schultze-féle (SM) - Schwartz szekvenciális szavazás

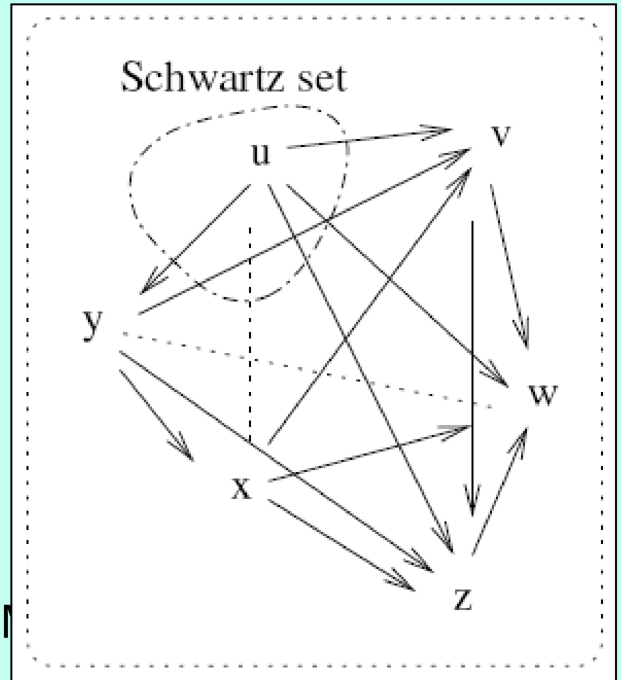
Jelölt-erősség szekvenciális mérése
- gyengék eliminálása és újbóli értékelés
  (Schwartz (Smith) halmaz újraszámítása)

Schwartz halmaz elemei:
- páronként legyőzhetetlen (győzelem, v. döntetlen), vagy
- tranzitíve győz mindenki mással szemben, aki tranzitíve fenyegeti

$x \in S$, ha minden olyan y-ra, amire $P[y,x] > 0$, $P[x,y] > 0$.
$y \notin S$, ha van olyan x, amire $P[x,y] > 0$, de $P[y,x] = 0$.







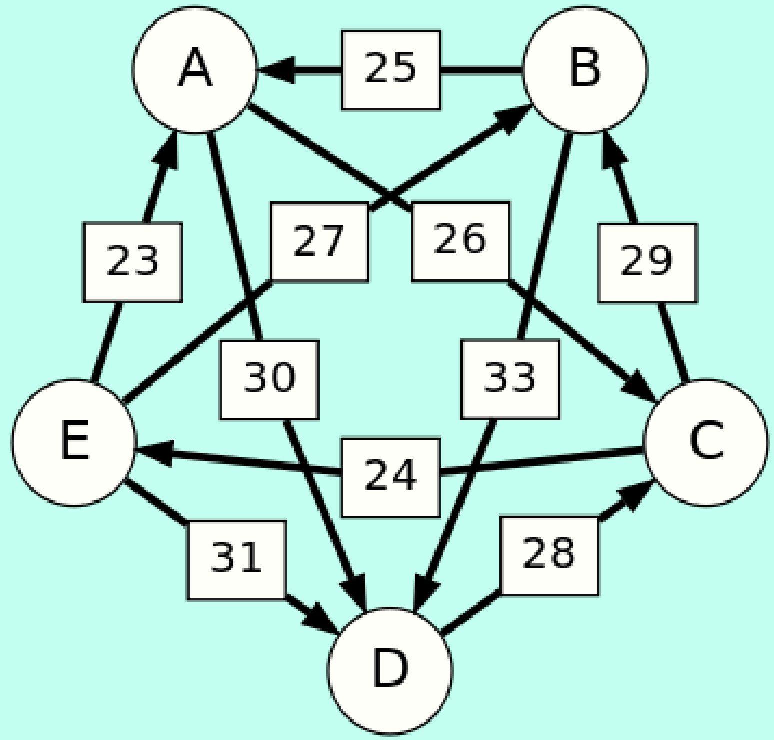
Schultze-féle (SM) - Schwartz szekvenciális szavazás

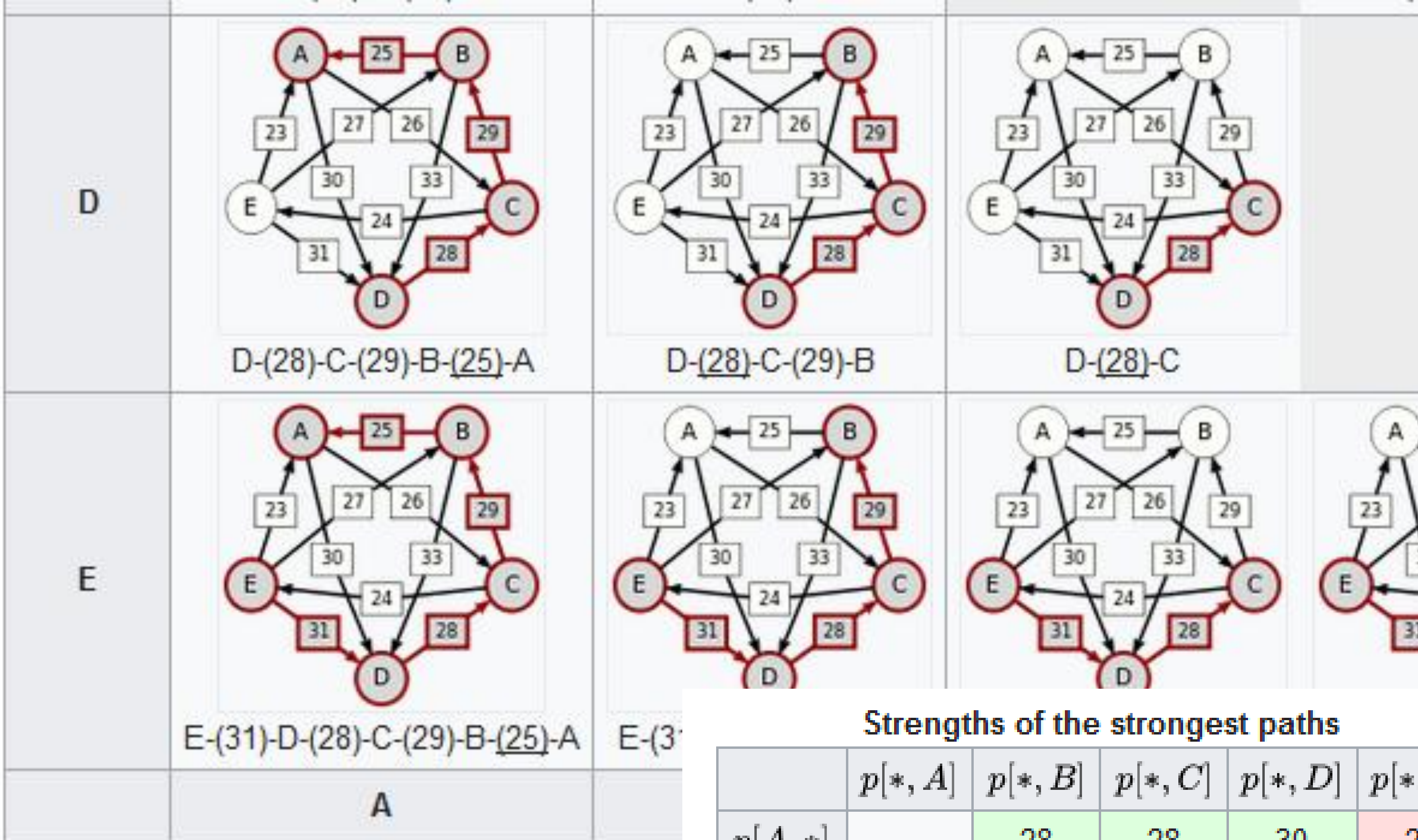
1. Szavazatok begyűjtése. Eredmény: $x \succ_P y$, $x \, I_P \, y$, vagy $y \succ_P x$ (számítása)
2. Kizárások permanens eliminálása Schwartz halmaz számítással.
3. A maradó jelöltek értékelése:
   - 3A. csak egy: ez a győztes
   - 3B. ha mindenki döntetlenre áll, ld. 4. lépés.
   - 3C. „a leggyengébb győztes” keresése:
     iteratívan a legrosszabb él törlése döntetlenre, új Schwartz halmaz számítása, egyéb jelöltek permanens eliminálása, vissza 2-höz.
4. A döntetlen helyzet eldöntése - egy véletlenül kiválasztott szavazó véleménye alapján:
   - ha minden jelölt rendezett, akkor megvan a győztes
   - ha nem, akkor amire van eredmény, pl. $x \succ_{Schultze} y$, eltesszük (lefixált)
   - újra véletlen mintavételezés (az előbbi rendezések lefixálásával), amíg minden páronkénti összehasonlítás nem lesz minősítve.
   - ha a szavazatok kifogytak és nincs rangsorolás, véletlen rangsorolás.

https://en.wikipedia.org/wiki/Schulze_method

Schultze-féle (SM) - Schwartz szekvenciális szavazás

number of voters	order of preference
5	$ACBED$
5	$ADECB$
8	$BEDAC$
3	$CABED$
7	$CAEBD$
2	$CBADE$
7	$DCEBA$
8	$EBADC$





Strengths of the strongest paths

	$p[*,A]$	$p[*,B]$	$p[*,C]$	$p[*,D]$	$p[*,E]$
$p[A,*]$		28	28	30	24
$p[B,*]$	25		28	33	24
$p[C,*]$	25	29		29	24
$p[D,*]$	25	28	28		24
$p[E,*]$	25	28	28	31	

Egy alternatív számítás:tranzitív lánc
Erősségek számítása és összevetése.

E a győztes

Schwartz szekvenciális szavazás – **részvételi kritérium sérül**

Részvételi kritérium: ha a szavazás eldőlt, és olyan szavazókat adunk hozzá, akik a győztest preferálják egy másik alternatívával szemben, akkor az a másik alternatíva nem lehet az újbóli számlálásnál a győztes.

Részvételi kritériumok és Condorcet-konzisztens szavazás

Megerősítés paradoxon: egy jelöltre külön szavazó két szavazóhalmaz együtt már nem ezt a jelöltet válassza meg.

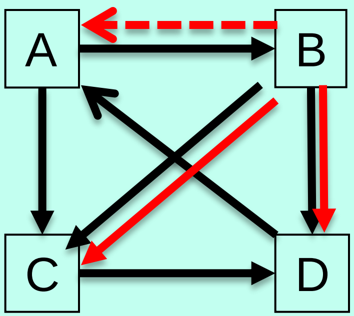
Young (1974): minden Condorcet-konzisztens szabály megsérti a megerősítés kritériumát (azaz előjöhet a paradoxon).

Moulin (1988): Ha 4-nél több a jelölt és 25-nél több a szavazó, nincs olyan Condorcet-konzisztens szavazó szabály, amely teljesítene a részvételi kritériumot.

Condorcet hatékonyság = feltételes valószínűsége annak, hogy egy szavazás Condorcet győztest választ, feltéve, hogy az létezik.

Borda szavazás maximális Condorcet hatékonyságú.

Condorcet győztes közelítő számítása



Dodgson szabály (1874)

Olyan szavazás, ahol nincs Condorcet győztes.

Jelölt, aki **legközelebb** lenne a Condorcet győzteshez úgy, hogy a **legkisebb számú változást** idézzük a szavazói preferenciákban, hogy egy jelölt Condorcet győztes legyen.

Number	Ranking
21	$A \succ B \succ C \succ D$ (1)
12	$C \succ D \succ B \succ A$ (2)
5	$D \succ C \succ A \succ B$ (3)
12	$B \succ D \succ A \succ C$ (4)

	Tally	Margin
$A \succ B$	26,24	2
$B \succ C$	33,17	16
$C \succ D$	33,17	16
$D \succ A$	29,21	8
$A \succ C$	33,17	16
$B \succ D$	33,17	16

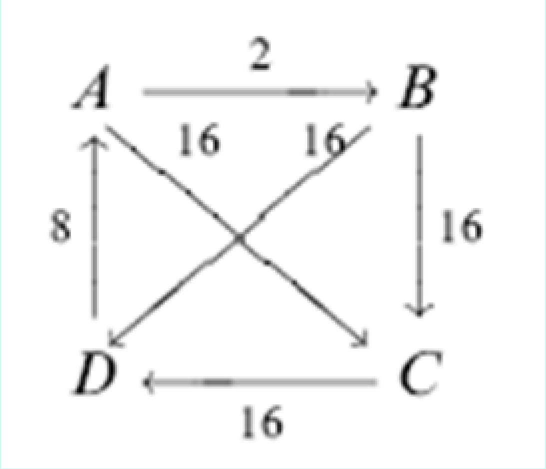
B lenne a győztes
(azaz a majdnem Condorcet győztes)

Condorcet győztes közelítése

John Kemeny (1959)

Szavazás, ahol nincs teljes tranzitív rangsorolás: a szavazási eredményhez illeszkedő **legközelebbi tranzitív** rangsorolás.

Minden tranzitív rendezés: páronkénti összehasonlítás a szavazati profillal.
Margók összegzése, ahol eltérés tapasztalható.
Min. összegű (margócsere) sorrend a Kemény-sorrendezés.



Kemény szabály – tranzitivitás közelítése

$B \succ A \succ C \succ D$ Súly = 2+8 = 10

$A \succ B \succ C \succ D$ Súly = 8
ez van legközelebb, **A** a győztes

Minden más sorrend Súly = … + 16 = nagyobb

Hibrid szavazási protokollok és a manipulálás komplexitása

Szoftver ágensek – több lehetőség

Egyszeri algoritmustervezés, másolás nagy számú ágensre

- stratégiai szavazás esélye, sikere nő, nem befolyásolják emóciók, …

Több számítási kapacitás, könnyebb hatékony manipulálást megtalálni.

Ágensek szavazása – megnövelt anonimitás, kevesebb fenntartás a közösségi megtorlással szemben.

Manipulálás: manipuláló tudása manipuláltokról: nem teljes - teljes
ki manipulál: egyén - koalíció
súlyozott - nem súlyozott szavazatok
manipulálás célja - konstruktív: győzelemre vinni valakit
- destruktív: vesztésre vinni valakit

Manipulálás – ha elkerülhetetlen, legyen legalább **exp. nehéz**

Hibrid szavazási protokoll: **Hyb(X_k,Y)**

(1) szavazatleadás x 1

(2) k lépés X protokollal (lépés: a leggyengébb jelölt eliminálása)

(3) Y protokoll alkalmazása (redukált szavazatokkal) a maradó jelöltre.

(X, Y = TB, Borda, Binary Cup, STV, Maxmin - páronkénti mérkőzésnél a mellette szavazók minimuma)

Hibrid szavazási protokollok és a manipulálás komplexitása

Tétel: (Végtelen) sok k értékre: Hyb(STV_k,Y), Hyb(X_k,STV) , Hyb($Borda_k$,TB), Hyb($Maxmin_k$, TB), Hyb($Borda_k$,Borda), Hyb($Maxmin_k$,Borda) protokollokat manipulálni NP-nehéz (ahol X, Y = TB, Borda, BC, STV, Maxmin)

Pareto opt.: aki mindenkinél vesztes, sohasem nyer.
Condorcet konzisztens.
Monoton: ha más jelöltek relatív sorrendje változatlan, feljebb (lejjebb) minősíteni a jelöltet, bukását (győzelmét) nem okozhatja.

Erősen Pareto opt.: aki mindenkinél rosszabbul áll, korábban eliminálódik.
Erősen monoton: feljebb minősíteni egy jelöltet nem hozhatja előbbre az eliminálását és nem befolyásolhatja más jelöltek relatív eliminálási sorrendjét.

Tétel: Minden X, Y, k, ha X, Y teljesíti Condorcet kr.-t, akkor a Hyb(X_k,Y) is. Ha X erősen monoton (Pareto opt.), Y monoton (Pareto opt.), akkor a Hyb(X_k,Y) is monoton (Pareto opt.).

Tétel: De pl. polinomiálisan konstruktíve manipulálható **Hyb(TB_k,Y)**, ahol Y = TB, Borda, BC, Maxmin.