

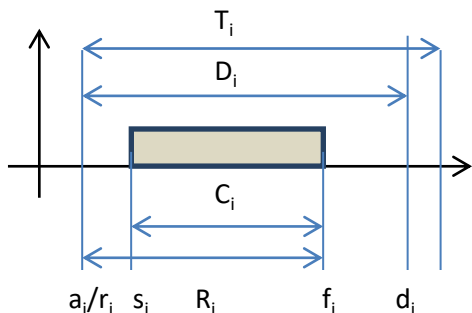


# Beágyazott információs rendszerek

2. Ütemezés (folyt.)

2020. szeptember 24.

## 2. Ütemezés



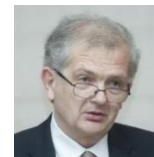
**Probléma:** a processzor(ok)nak többféle időzítés mellett többféle feladatot (taszk) kell ellátniuk. Egy  $i$ -edik feladathoz (taszk-hoz) köthető időviszonyok az alábbiak szerint értelmezhetőek:

$a_i$  vagy  $r_i$  az érkezési idő (arrival/release/request time),  
 $s_i$  a végrehajtás kezdésének ideje (start time),  
 $f_i$  a végrehajtás befejezésének ideje (finishing time),  
 $d_i$  a végrehajtás határideje (deadline),

$T_i$  a periódusidő (period time),  $D_i = d_i - a_i$  a kérés időpontjához képesti határidő (deadline),  
 $C_i$  a számítási idő (computation time),  $R_i = f_i - a_i$  a válaszidő (response time).

**1. Ciklikus ütemezés:** A legegyszerűbb, tervezési időben fix időszetek osztunk ki periodikus kérések kiszolgálására, és ezt ciklikusan ismétljük.

A kiosztást tipikusan óra-vezérelt módon oldjuk meg, ezért **óra vezérelt** vagy **idő-vezérelt** ütemezésnek is nevezzük. Az ütemezéssel kapcsolatos döntések **tervezési időben** történnek.

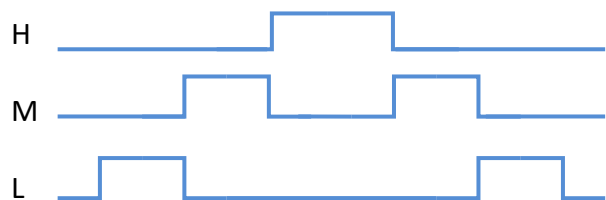


## 2. Időosztásos (time-shared)/körforgó (round-robin) ütemezés:

A futtatható task-ok egy FIFO-ba kerülnek, és a legelől álló task fog futni **maximum egy időszel** ideig. Az időszel általában néhányszor **10 ms**, ami a task-októl független paraméter. Ha az adott task nem fut le az időszel alatt, akkor futása megszakad, és a FIFO végére kerül.

**3. Prioritásos ütemezés:** A futtatható task-ok közül az fut, amelyeknek legnagyobb a prioritása. A prioritás hozzárendelés történhet tervezési és futási időben egyaránt.

### Illusztráció:



A három task rendre alacsony (**L=low**), közepes (**M=medium**) és magas (**H=high**) prioritású.

Ezeket a prioritásokat tervezési időben osztottuk ki.

Az ábrán mindhárom task azonnal futni kezd, amint futtathatóvá válik.

Az ábrán látható esetben a legalacsonyabb prioritású task válaszideje  $R_L = C_L + C_M + C_H$ .

Ha a középső és/vagy a magas prioritású task periodikusan kér, akkor az időviszonyok függvényében elképzelhető, hogy az  $R_L$  idő alatt többször is lefut.

A válaszidő számítását a legkedvezőtlenebb esetre, az  $i$ -edik task-ra vonatkoztatva, a következő képlettel tudjuk elvégezni:

$$R_i = C_i + I_i = C_i + \sum_{\forall k \in hp_i} \left\lceil \frac{R_i}{T_k} \right\rceil C_k$$

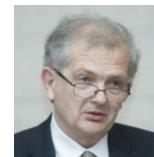
ahol  $I_i$  az ún. interferencia idő, azaz az az időtartam, amíg a magasabb prioritású task-ok futása akadályozza az alacsonyabb prioritású task-ok végrehajtását.

A  $\forall k \in hp_i$  azokat a task-okat jelöli ki, amelyek prioritása nagyobb, mint  $i$  ( $hp$ =higher priority).

A  $\lceil \quad \rceil$  zárójel a felső-egész képzés operátora.  $\lceil 1.02 \rceil = 2$ ,  $\lceil 2.0 \rceil = 2$ .

A módszer a válaszidő lehető legkedvezőtlenebb értékét adja meg.

(Worst-case response time.)



Mivel a képletben a baloldalon szereplő  $R_i$  a jobboldalon is szerepel egy erősen nemlineáris függvény argumentumában, ezért iteratív eljárás alkalmazására kényszerülünk:

$$R_i^{n+1} = C_i + I_i = C_i + \sum_{\forall k \in hp_i} \left\lfloor \frac{R_i^n}{T_k} \right\rfloor C_k$$

Az iterációt addig folytatjuk, amíg: egy  $n_0$  érték mellett  $R_i^{n_0+1} = R_i^{n_0}$ .

A módszer neve: Deadline Monotonic Analysis (**DMA**).

Feltételezi, hogy a task-okhoz aszerint rendelünk prioritást, hogy mekkora a  $D_i$  határidejük.

A módszer alkalmazásánál feltételezzük, hogy  $D_i \leq T_i$ .

A módszer periodikus task-ok mellett ún. sporadikus task-okra is alkalmazható.

**Periodikus taszk:** ismert és fix  $T_i$  periodusidővel jellemezhető.

**Sporadikus taszk:** a kérések nem periodikusak, de **ismert** és fix egy olyan  $T_i$  időérték, ami minimálisan eltelik két kérés között.

**Aperiodikus taszk:** a kérések nem periodikusak, és **nincs** egy olyan ismert és fix  $T_i$  időérték, ami minimálisan eltelik két kérés között. Egy kérést követően azonnal jöhet egy következő kérés.

Ebben az esetben a **DMA** módszer nem alkalmazható.

**Példa:** Egy 4 taszkot kiszolgáló rendszer adatai a következők (az idők pl. ms-ban értendők):

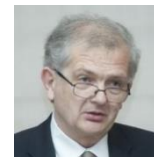
Task	T	C	D
1	250	5	10
2	10	2	10
3	330	25	50
4	1000	29	1000

A taszkok sorrendje a prioritási sorrend.

Ha a határidők megegyeznek, akkor másodlagos szempontok alapján döntünk a prioritásról.

Határozzuk meg a 3-as taszk worst-case válaszidejét az iteratív eljárás segítségével!

Lépés	$R^n$	$I$	$R^{n+1}$
1	0	0	25
2	25	$5+3*2$	36
3	36	$5+4*2$	38
4	38	$5+4*2$	38



## Megjegyzések:

$38 < 50$ , tehát a 3-as task legkedvezőtlenebb esetben is teljesíti az előírt határidőt.

Vegyük észre, hogy a 4-es task adatait az eljárás során nem használtuk fel, a számításhoz felesleges volt megadnunk.

Vegyük azt is észre, hogy taskokat egymástól függetleneknek képzeltük el.

Egymástól nem független, azaz például egymással kommunikáló, egymásnak adatot továbbító taskok esetében előfordul(hat), hogy magasabb prioritású task alacsonyabb által szolgáltatott adatra várni kénytelen.

Ez a várakozási idő értelemszerűen a mindenkori és a worst-case válaszidejét egyaránt módosítani fogja.

## Ütemezhetőség, ütemezhetőségi tesztek:

**Szükséges teszt:** nem ütemezhető, ha a szükséges feltétel nem teljesül.

**Elégséges teszt:** biztosan ütemezhető, ha az elégséges feltétel teljesül.

**Egzakt teszt:** szükséges és elégséges, és a teszt az ütemezés létezését is megmutatja.

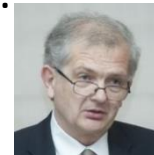
Az egzakt ütemezhetőségi tesztek komplexitásuk alapján az **NP-teljes** problémák osztályába tartoznak, ezért számítástechnikailag kezelhetetlenek, ezekkel a továbbiakban nem foglalkozunk.

**Periodikus taskok** esetén a **szükséges feltételek** között elsőként az ún. **processzor-kihasználtsági tényező** említhető, ami az időegységre vetített processzor-idő igények összege:

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{T_i}$$

Egyprocesszoros rendszerben, ha  $\mu \leq 1$  nem teljesül, akkor a task-ok nem ütemezhetőek.  $\mu \leq 1$  tehát szükséges feltétel.  $n$  a taskok száma.

Ha  $N$  processzorunk van, akkor  $\mu \leq N$  a feltétel.



## Válaszidő számítás periodikus és sporadikus taszk-ok esetén:

**Példa:** Egy 4 taszkot és egy megszakítást ( $i_1$ ) kiszolgáló rendszer adatai a következők:

Taszk	T	C	D
$i_1$	10	0.5	3
$\tau_1$	3	0.5	3
$\tau_2$	6	0.75	6
$\tau_3$	14	1.25	14
$\tau_4$	50	5	50

(az idők pl. ms-ban értendők)  
Határozzuk meg a  $\tau_4$  taszk  
worst-case válaszidejét az  
iteratív eljárás segítségével!  
Az iteratív eljárás táblázatos  
formában:

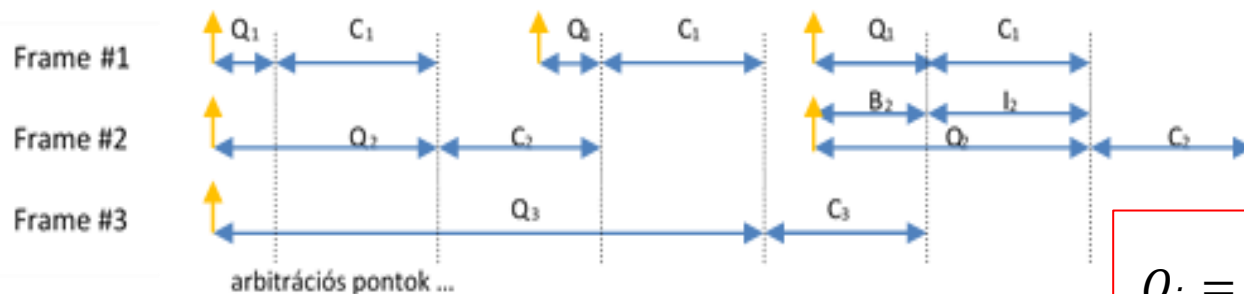
Lépés	$R^n$	$I$	$R^{n+1}$
1	0	0	5
2	5	0.5+1.0+0.75+1.25	8.5
3	8.5	0.5+1.5+1.50+1.25	9.75
4	9.75	0.5+2.0+1.50+1.25	10.25
5	10.25	1.0+2.0+1.50+1.25	10.75
6	10.75	1.0+2.0+1.50+1.25	10.75

10.75 < 50, tehát a határidő minden esetben teljesül!

Az ismertetett **DMA analízis** technikákat **autógyárak** intenzíven használják **worst-case válaszidő** analízis céljából, hogy a terméket **optimalizálják** a szükséges **órajel frekvenciák/sáv szélességek** és az ehhez kapcsolódó **zavarérzékenységek** csökkentésével. (Volvo 1995-től, az S80-asnál.)

**Példa:** A DMA analízis egy módosított formája használható nem preemptív, azaz az éppen futó task-ot nem megszakító működés esetén is: A prioritásos CAN bus válaszidő analízise.

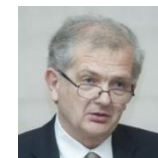
A **CAN** (Control Area Network, ISO 11898, Bosch) buszon történő kommunikáció jellegzetességei:



A válaszidő számítása:

$$R_i = C_i + Q_i \quad \text{ahol}$$

$$Q_i = B_i + \sum_{\forall k \in hp_i} \left\lceil \frac{Q_i}{T_k} \right\rceil C_k$$



Üzenet	T [ms]	C[ms]
1	3	1.35
2	6	1.35
3	10	1.35
4	30	1.35
5	40	1.35
6	40	1.35
7	100	1.35

Az üzenetek **periodikusak** és prioritásuk **felülről csökkenő**.

A küldésükre vonatkozó kérés érkezése **aszinkron**, tehát **tetszőleges kezdőfázissal** érkehetnek.

A **7. üzenet** fékezéssel kapcsolatos információt hordoz, **100 ms** alatt a rendeltetési helyére kell kerülnön.

Az iteratív eljárás a **várakozási időre** vonatkozóan:

Lépés	$Q^n$	$I$						Összeg	$B$	$Q^{n+1}$
		1	2	3	4	5	6			
1	0	-	-	-	-	-	-	0	1.35	1.35
2	1.35	1	1	1	1	1	1	8.1	1.35	9.45
3	9.45	4	2	1	1	1	1	13.5	1.35	14.85
4	14.85	5	3	2	1	1	1	17.55	1.35	18.9
5	18.9	7	4	2	1	1	1	21.6	1.35	22.95
6	22.95	8	4	3	1	1	1	24.3	1.35	25.65
7	25.65	9	5	3	1	1	1	27	1.35	28.35
8	28.35	10	5	3	1	1	1	28.35	1.35	29.7
9	29.7	10	5	3	1	1	1	28.35	1.35	29.7

A worst-case várakozási idő  
**29.7 ms.**

A worst-case válaszidő  
 $29.7ms + 1.35ms =$   
**31.05 ms.**

## Ütemezési stratégiák:

**Rate-monotonic (RM) (1973):** Periodikus, független taszkok,  $D_i = T_i$  és  $C_i$  ismert és konstans.

A legnagyobb prioritást a legkisebb periódusidejű taszk kapja. Az eljárás **preemptív**.

Feltételezzük, hogy a taszkok közötti átkapcsolás ideje elhanyagolható. **Jogos?**

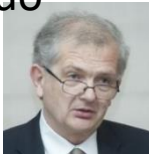
Az RM algoritmusra elégséges teszt adható:

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{T_i} \leq n \left( 2^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \ln 2 \sim 0.7$$

$n$  az ütemezendő taszkok száma.

Véletlenszerűen választott  $T_i$  és  $C_i$  esetén a szimulációk  $\mu = 0.88$  értékig sikerrel jártak.

Ha a periódusidők egymással harmonikus viszonyban vannak, azaz mindegyik periódusidő a rövidebb idejű egészszámú többszöröse, akkor bizonyítható, hogy  $\mu = 1$  elérhető!





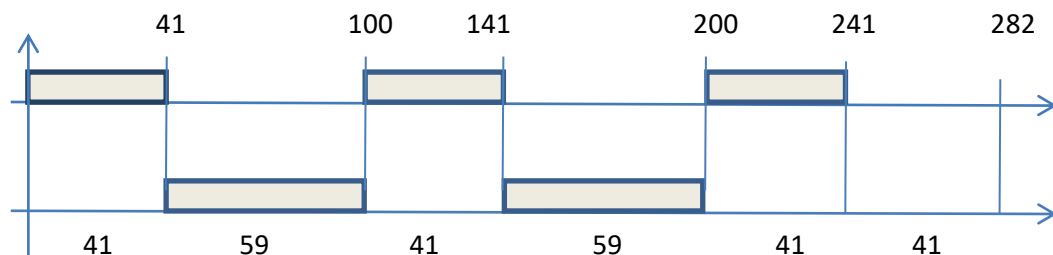
**Példa:** Milyen periódusidő és számítási idő viszonyok esetén jutunk el az ütemezhetőség határára  $n = 2$  esetén?  $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2}$ ,  $C_1 = T_2 - T_1$ ,  $\frac{C_1}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{C_2}{T_2}$  választással:

$\mu = 2(\sqrt{2} - 1)$ , illetve tetszőleges  $i$  esetén:

Ha  $\frac{T_{i+1}}{T_i} = 2^{\frac{1}{n}}$ ,  $C_i = T_{i+1} - T_i$ ,  $\frac{C_i}{T_i} = \frac{T_{i+1} - T_i}{T_i} = \frac{C_{i+1}}{T_{i+1}}$  akkor  $\mu = n \left( \frac{T_{i+1}}{T_i} - 1 \right) = n \left( 2^{\frac{1}{n}} - 1 \right)$

**Példa:** Két taszk esetén  $T_1 = 100$ ,  $C_1 = 41$ ,  $T_2 = 141$ ,  $C_2 = 59$ , mind  $ms$  dimenziójú.

$\mu = \frac{41}{100} + \frac{59}{141} = 0.41 + 0.4184 = 0.8284 \sim 2(\sqrt{2} - 1)$ , egyidejű kezdést feltételezve:



a számítási idők minimális növelése esetén az ütemezés az RM stratégia esetén ellehetetlenül!

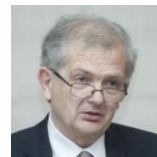
241 és 282 között nincsen ütemezhető feladat!

### Megjegyzések:

1. Az RM eljárás alkalmazása esetén a legkedvezőtlenebb esetet a taszkok induláskor **egyidejű kezdése** jelenti.

Nullától különböző **kezdőfázis** ütemezhetőségi szempontból kedvező!

2. Az RM eljárás alkalmazása esetén, ha csak a szükséges feltétel teljesül, az elégséges nem, akkor az **ütemezhetőségi vizsgálatot** a periódusidők **legkisebb közös többszörösére** kell elvégezni, ami igen nagy szám lehet!



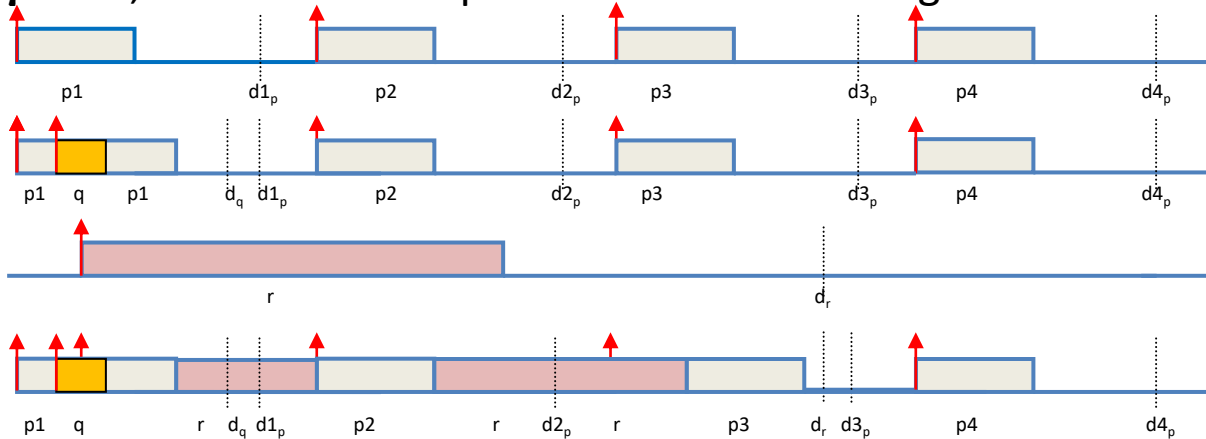


## Earliest Deadline First (EDF) stratégia:

Periodikus, egymástól független taszkok,  $D_i \leq T_i$  és  $C_i$  ismert, továbbá konstans.

Futás közben a processzort (a legnagyobb prioritást) az a taszk kapja, amelyeknek **legközelebbi a határideje**. Az eljárás **preemptív**. A taszkok közötti átkapcsolás idejét elhanyagoljuk. **Jogos?**

Elégséges teszt adható: A megadott feltételeknek eleget tevő taszk-együttes ütemezhető, ha  $\mu \leq 1$ , azaz a **100%-os** processzor-kihasználtság elérhető.



**Első sor:** a **p** taszk kérései, futásai (p...) és a kapcsolódó határidők (d...<sub>p</sub>).

**Második sor:** **q** taszk kérése a p1 futás alatt.

**Harmadik sor:** **r** taszk kérése és határideje.

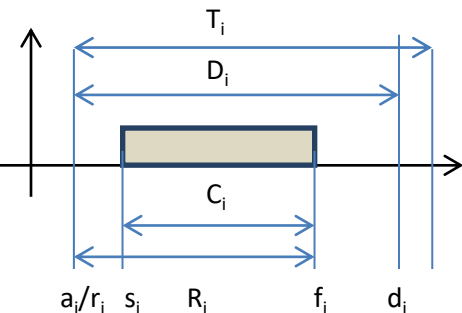
**Negyedik sor:** összegzi a három taszk futását.

**Least Laxity First (LLF) stratégia:** Az EDF-hez hasonló. A processzort (a legnagyobb prioritást) a legkisebb „lazasággal” (laxity-vel) rendelkező taszk kapja meg. Ez a vizsgálati időpontban a

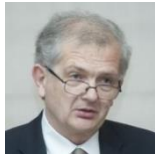
határidő és a még hátralévő számítási idő különbsége.

A megadott feltételeknek eleget tevő taszk-együttes ütemezhető, ha  $\mu \leq 1$ , azaz a **100%-os** processzor-kihasználtság elérhető.

**Megjegyzés:** Az EDF és az LLF stratégia aperiodikus taszk-ok esetén is alkalmazható, de az elégséges feltétel nem!



Ugyanis a processzor-kihasználtsági tényező aperiodikus taszkok esetében csak eltérő módon értelmezhető.



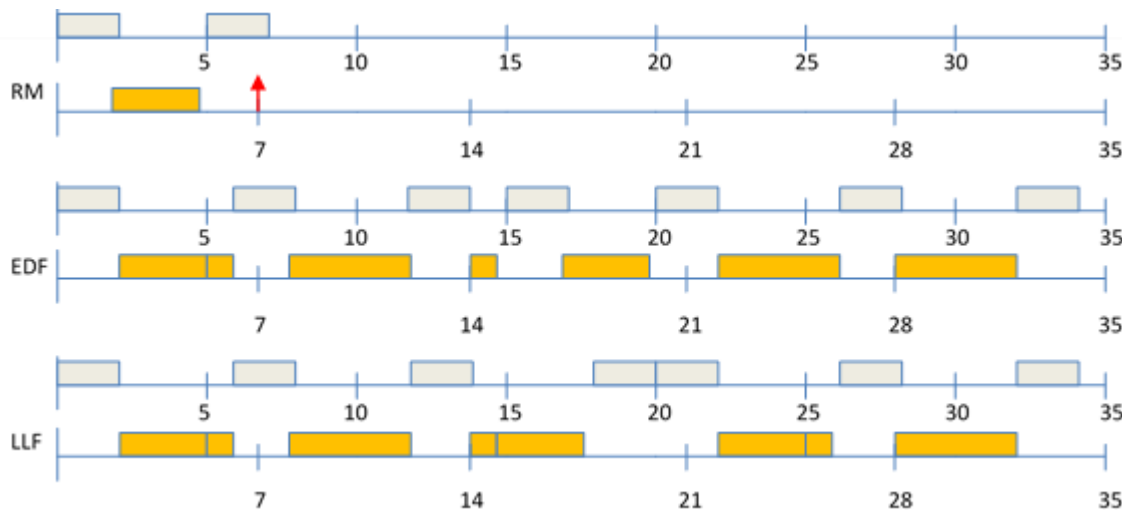
**Példa:** Az RM és az EDF algoritmusok összehasonlítása. Két taszkunk van.

A periódus idejük és a határidejük megegyezik.  $T_1 = 5$  ms,  $C_1 = 2$  ms,  $T_2 = 7$  ms,  $C_2 = 4$  ms.

A processzor-kihasználtsági tényező: A szükséges feltétel az ütemezhetőséghez teljesül, de az elégségesség csak az EDF esetén.

$$\mu = \frac{2}{5} + \frac{4}{7} = 0.4 + 0.57 = 0.97$$

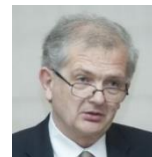
Induláskor egyidejű kérést feltételezve a RM eljárás, az EDF eljárás és a LLF eljárás:



A RM eljárás esetében a második task 7 ms-nál lekési a határidőt, az EDF és az LLF eljárással pedig ütemezhetőek lesznek a taszkok. Mind az EDF, mind az LLF eljárásnál természetesen adódó szabály, hogy azonos határidő, ill. laxity esetén a kevesebb taszk-váltást eredményező választással élünk.

A taszk váltások processzor-időt igényelnek, mert az éppen futó taszk futtatási környezetét (regiszter-tartalmak) menteni kell a taszkhoz rendelt, és a memóriában található Task Control Block-ba (TCB), míg váltás keretében a futtatandó taszk futási környezetét pedig a memóriából a processzor regisztereibe kell tölteni.

A regiszterek feltöltésére, ill. tartalmuk kimásolására a processzorok általában rendelkeznek gyors mechanizmusokkal, de értelemszerűen ezeknek is van időigényük.



# Az EDF ütemezhetőség bizonyítása:

A bizonyítást periodikus taszkok és  $D_i = T_i$  esetre mutatjuk be. Az állítás a következő: Egy periodikus taszk-készlet EDF-fel akkor és csak akkor ütemezhető, ha

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{T_i} \leq 1.$$

A bizonyítás: **1. csak akkor** rész: Azt mutatjuk meg, hogy  $\mu > 1$  esetében a taszk-készlet nem ütemezhető. Ehhez definiáljuk a  $T = T_1 T_2 \dots T_n$  időtartamot, azaz a periódusidők közös többszörösét.

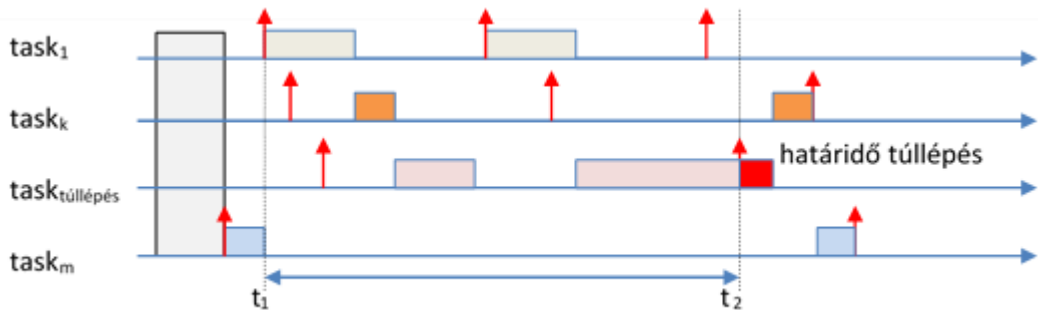
Ez alatt az idő alatt a taszkok által igényelt processzor idő a következőképpen számítható:

$$\sum_{i=1}^n \frac{T}{T_i} C_i = \mu T.$$

Ha  $\mu > 1$ , akkor az igényelt processzoridő meghaladja a hozzáférhető processzor-időt, tehát a taszk-készlethez nem létezik ütemezés.

## 2. ha rész: Az elégségességet ellentmondással bizonyítjuk.

Tegyük fel, hogy  $\mu < 1$ , de a taszk-készlet mégsem ütemezhető. A bizonyítás gondolatmenetének megértését az alábbi ábra segíti.



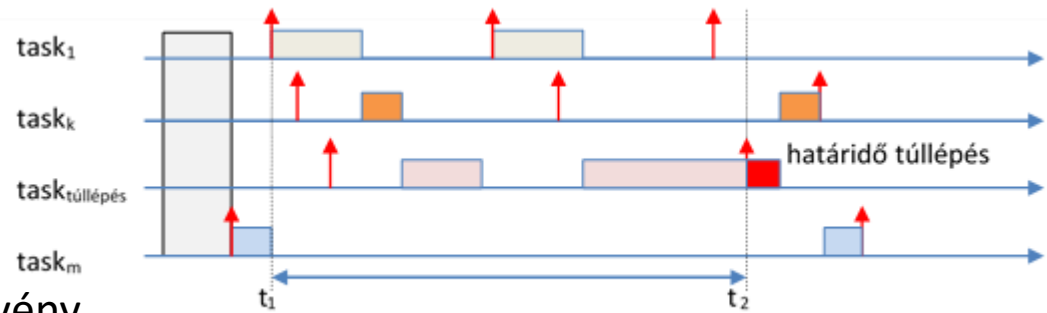
Az ábrán periodikus taszkok ütemezését látjuk EDF stratégia szerint. Ha feltételezésünk szerint a taszk-készlet nem ütemezhető, akkor kell legyen olyan taszk, amelyik lekési a határidőt.

Legyen  $t_2$  az az időpont, amikor a határidő túllépés bekövetkezik, és  $[t_1, t_2]$  pedig a leghosszabb folyamatos processzor-használat a határidő-túllépés előtt úgy, hogy a  $[t_1, t_2]$ -ben csak  $t_2$  előtti vagy azzal egyező határidejű kérések végrehajtására került sor.  $t_1$  valamelyik periodikus kéréssel egybeeső időpont.

Legyen  $C_P(t_1, t_2)$  a periodikus task-ok által a  $[t_1, t_2]$ -ben kért teljes számítási idő, ami a következő módon számítható:



$$C_P(t_1, t_2) = \sum_{r_k \leq t_1, d_k \leq t_2} C_k = \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{t_2 - t_1}{T_i} \right\rfloor C_i$$



ahol  $\lfloor \dots \rfloor$  az alsó-egészst kijelölő függvény.

(Vegyük észre, hogy a legfelső sorban a harmadik kérés teljesítésére az algoritmus szabályai szerint nem kerül sor, ezért helytálló az alsó-egész hozzárendelés.)

Ha ezt majoráljuk az alábbiak szerint:

$$C_P(t_1, t_2) = \sum_{r_k \leq t_1, d_k \leq t_2} C_k = \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{t_2 - t_1}{T_i} \right\rfloor C_i \leq \sum_{i=1}^n \frac{t_2 - t_1}{T_i} C_i = (t_2 - t_1)\mu$$

mivel  $t_2$ -ben túlléptük a határidőt, a  $C_P(t_1, t_2)$  időnek nagyobbnak kell lennie, mint a rendelkezésre álló processzor-idő, azaz  $(t_2 - t_1)$ . Ezzel  $(t_2 - t_1) < C_P(t_1, t_2) \leq (t_2 - t_1)\mu$  amiből  $\mu > 1$  következik, ami pedig ellentmondás, vagyis a megfogalmazott állítás **hamis!**

